

1. ಘಟಕ(ಮಾಡ್ಯೂಲ್)ದ ವಿವರಣೆ ಮತ್ತು ರಚನಾ ವಿನ್ಯಾಸ

| ಘಟಕದ ವಿವರಣೆ | |
|-------------------|--|
| ವಿಷಯ | ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ |
| ಕೋರ್ಸ್ ಹೆಸರು | ಗಣಿತ 00 (ತರಗತಿ, ಸೆಮಿಸ್ಟರ್-0) |
| ಘಟಕದ ಹೆಸರು | ಸಂಬಂಧ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯಗಳು- ಭಾಗ 3 |
| ಘಟಕದ ಐ.ಡಿ | kemh_10203 |
| ಪೂರ್ವ-ಅವಶ್ಯಕತೆಗಳು | ಗಣಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು, ಕಾರ್ಡಿನೇಷಿಯನ್ ಗುಣಲಬ್ಧ |
| ಉದ್ದೇಶಗಳು | ಕಾರ್ಡಿನೇಷಿಯನ್ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸಂಬಂಧ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯ |
| ಪ್ರಮುಖ ಪದಗಳು | ಕಾರ್ಡಿನೇಷಿಯನ್ ಗುಣಲಬ್ಧ , ಸಂಬಂಧ, ಕಾರ್ಯ, ಡೊಮೇನ್, ಸಹ-ಡೊಮೇನ್ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಯ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಕಾರ್ಯಗಳು ವಿಧಗಳು |

2. ಸಂರಚನಾ ತಂಡ:

| ಪದನಾಮ | ಹೆಸರು | ಅಂಗಸಂಸ್ಥೆ |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ MOOC ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿ(NMC) | ಪ್ರೊ. ಅಮರೇಂದ್ರ. ಪಿ. ಬೆಹೇರಾ | CIET, NCERT, ನವದೆಹಲಿ |
| ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿ | ಡಾ. ಇಂದು ಕುಮಾರ್ | CIET, NCERT, ನವದೆಹಲಿ |
| ಕೋರ್ಸ್ ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿ(CC)/PI | ಡಾ. ತಿಲ್ ಪ್ರಸಾದ್ ಶರ್ಮ | DESM, NCERT ದೆಹಲಿ |
| ಕೋರ್ಸ್ ಉಪ ಸಮನ್ವಯಾಧಿಕಾರಿ(Co-PI) | ಅಂಜಲಿ ಖುರಾನ | CIET, NCERT, ನವದೆಹಲಿ |
| ವಿಷಯ ಪರಿಣತರು (SME) | ಡಾ. ಮೋನಿಕ ಶರ್ಮ | ಶಿವ ನಾಡರ ವಿಶ್ವ ವಿದ್ಯಾಲಯ, ನೋಯ್ಡಾ |
| ಪರಿಶೀಲನಾ ತಂಡ | ಪ್ರೊ. ಭೀಮ್ ಪ್ರಕಾಶ್ ಸರಾ. | ಅಸ್ಸಾಂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾಲಯ, ತೇಜಪುರ್ |
| | ಪ್ರೊ. ರಾಮ್ ಅವತಾರ್ (ನಿವೃತ್ತಿ) | DESM, NCERT, ಹೊಸ ದೆಹಲಿ |
| | ಪ್ರೊ. ಮಹೇಂದ್ರ ಶಂಕರ (ನಿವೃತ್ತಿ) | DESM, NCERT, ಹೊಸ ದೆಹಲಿ |

ಪರಿವಿಡಿ :

1. ಪೀಠಿಕೆ
2. ಕಾರ್ಯಗಳು
 - i. ಡೊಮೀನ್ ಮತ್ತು ಸಹ - ಡೊಮೀನ್
 - ii. ಚಿತ್ರ ಮತ್ತು ಪೂರ್ವ - ಚಿತ್ರ
 - iii. ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಮತ್ತು ಸಹ - ಡೊಮೀನ್
3. ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯ
 - i. ಗುರುತು ಕಾರ್ಯ
 - ii. ಸ್ಥಿರ ಕಾರ್ಯ
 - iii. ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯ
 - iv. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಕಾರ್ಯ
 - v. ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಕಾರ್ಯ
 - vi. ಸಿಗ್ನಮ್ ಕಾರ್ಯ
 - vii. ಅತ್ಯಧಿಕ\ಅತ್ಯುನ್ನತ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕಾರ್ಯ
4. ಎರಡು ಕಾರ್ಯದ ಬೀಗಣಿತ
 - i. ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳ ಸಂಕಲನ
 - ii. ಮತ್ತೊಂದರಿಂದ ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯದ ವ್ಯವಕಲನ
 - iii. ಸದಿಶದೊಂದಿಗರ ಗುಣಾಕಾರ
 - iv. ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯದ ಭಾಗಲಬ್ಧ
5. ಸಾರಾಂಶ

1. ಪೀಠಿಕೆ :

ನಾವು ಹಿಂದಿನ ಘಟಕದಲ್ಲಿ, ಒಂದು ಗಣ A ಯಿಂದ ಗಣ B ಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ R ನ ಸಂಬಂಧವು ಕಾರ್ಟೀಷಿಯನ್ ಗುಣಲಬ್ಧ $A \times B$ ಯು ಉಪಗಣವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಕಲಿತಿದ್ದೇವೆ. ಕಾರ್ಟೀಷಿಯನ್ ಗುಣಲಬ್ಧ $A \times B$ ಗೆ ಸೇರಿದ ಆದೇಶಿಸಿದ ಜೋಡಿ ಮೊದಲ ಗಣಾಂಶ x ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಗಣಾಂಶ y ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ವಿವರಿಸುವ ಮೂಲಕ ಈ ಉಪಗಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಘಟಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲ್ಪಡುವ ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದು ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಮುಖ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾಗಿದೆ.

ಜಿ. ಡಬ್ಲ್ಯೂ. ಲೀಬ್ನಿಟ್ಜ್ ((1646-1716) ರವರು 1673ರಲ್ಲಿ ಬರೆದ ಲ್ಯಾಟಿನ್ ಹಸ್ತ ಪ್ರತಿಯಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಯ ಎಂಬ ಪದವು ಮೊದಲು ಕಾಣಿಸಿ ಕೊಂಡಿದೆ. ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾರ್ಯದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯು ಬಹಳ ಮುಖ್ಯವಾಗಿದೆ. ಏಕೆಂದರೆ ಇದು ಒಂದು ಪರಿಮಾಣದೊಂದಿಗೆ ಇನ್ನೊಂದರ ನಡುವಿನ ಗಣಿತದ ನಿಖರವಾದ ಪತ್ರವ್ಯವಹಾರದ ಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಸೆರೆಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು 'ನಕ್ಷೆ' ಅಥವಾ ನಕ್ಷೀಕರಣ ಹಲವು ಪದಗಳಿವೆ.



G. W. Leibnitz
(1646-1716)

ಕಾರ್ಯವು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಸಂಬಂಧವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಮೊದಲು ನಾವು ಗಣ A ನಿಂದ ಗಣ B ಅನ್ನು ಹೊಂದಿಸಲು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವ ಕೆಲವು ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸೋಣ.

A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ಗಣಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

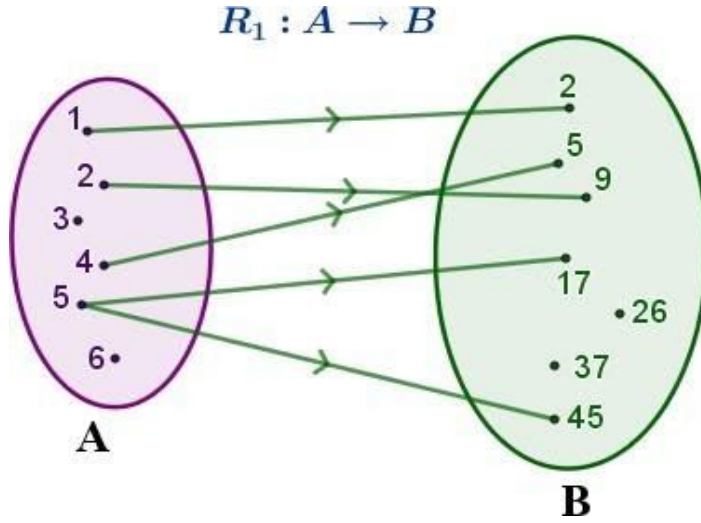
$$B = \{2, 5, 9, 17, 26, 37, 45\}$$

$n(A) = 6$ ಮತ್ತು $n(B) = 7$, ಆದರಿಂದ, ನಮ್ಮ ಹಿಂದಿನ ಪೂರ್ವಜ್ಞಾನದಿಂದ $6 \times 7 = 42$, ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು, ಗಣ A ನಿಂದ ಗಣ B ಹೊಂದಿಸಲು ಸಂಬಂಧವಿದೆ.

R_1, R_2 ಮತ್ತು R_3 ಎಂಬ ಮೂರು ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಗಣ A ನಿಂದ ಗಣ B ಯನ್ನು ಒಂದೊಂದಾಗಿ ಹೊಂದಿಸಲು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸೋಣ.

$$R_1 = \{(1, 2), (2, 9), (4, 5), (5, 17), (5, 45)\}$$

ಈ ಸಂಬಂಧದ ದೃಶ್ಯ ನಿರೂಪಣೆ :

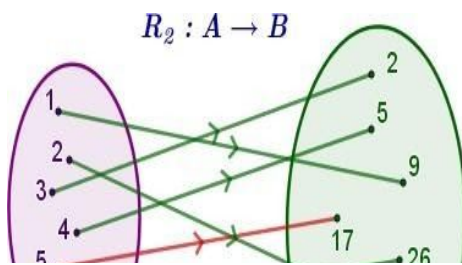


ನೀವು ಏನು ಗಮನಿಸುತ್ತೀರಿ ?

ಗಣ A, ನಲ್ಲಿ '3' ಮತ್ತು '6' ನ ಎರಡು ಗಣಾಂಶಗಳು R, ಸಂಬಂಧದ ಆಡಿಯಲ್ಲಿ ಗಣ B ಯ ಯಾವುದೇ ಗಣಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧವಿಲ್ಲದೆ ಉಳಿದಿವೆ. ಮತ್ತು ಗಣಾಂಶ '5' ಗಣ B ಯ ಎರಡು ಗಣಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿದೆ.

ಈಗ, ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ ಮತ್ತೊಂದು ಪುನರಾವರ್ತನೆ R_2 ಅನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸೋಣ.

$$R_2 = \{(1, 9), (2, 37), (3, 2), (4, 5), (5, 17), (5, 45), (6, 26)\}$$

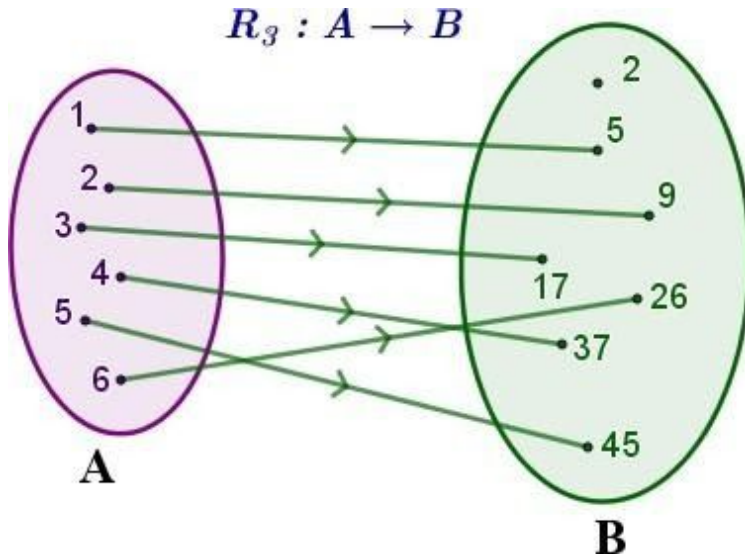


ಈ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಗಣ A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಾಂಶಗಳು ಗಣ B ಯ ಗಣಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಯೋಜನೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಆದರೆ ' B ' ಗಣಾಂಶವು ಗಣ B ಯ ಎರಡು ಗಣಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿದೆ.

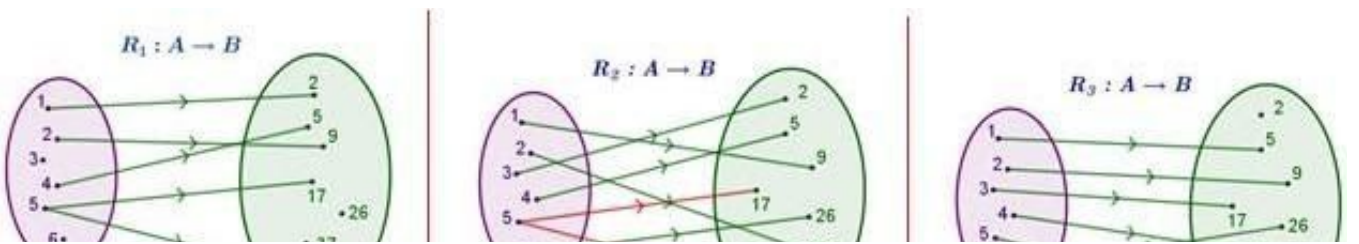
ಈಗ ಮೂರನೇ ಸಂಬಂಧ R3 ಅನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ.

$$R_3 = \{(1,5), (2,9), (3,17), (4,37), (5, 45), (6, 26)\}$$

R3 ಸಂಬಂಧ ದೃಶ್ಯ ನಿರೂಪಣೆ, ಗಣ A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಾಂಶಗಳು ಗಣ B ಯ ಗಣಾಂಶಗಳೊಂದಿಗೆ ಸಂಬಂಧ ಹೊಂದಿಲ್ಲ.



ಉತ್ತಮ ತಿಳುವಳಿಕೆಗಾಗಿ ಈ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ ದೃಶ್ಯ ಪ್ರಾತಿ ನಿಧ್ಯವನ್ನು ಹೋಲಿಸೋಣ



ಈ ಮೂರು ಸಂಬಂಧಗಳ ದೃಶ್ಯರೂಪ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯದ ಹೋಲಿಕೆ, ಸಂಬಂಧ R3 ಎಂಬುದು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಸಂಬಂಧವಾಗಿದೆ, ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಗಣ A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಾಂಶಗಳು ಗಣ B ನಲ್ಲಿ ವಿಶಿಷ್ಟ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ, ಸಂಬಂಧಗಳು R1 ಮತ್ತು R2. ನಂತರ ಗಣ B ನಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಗಣಾಂಶಗಳಿಲ್ಲ. ಅಂತಹ ವಿಶೇಷ ಸಂಬಂಧ R3 ನಂತೆ, ಕಾರ್ಯಗಳಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ.

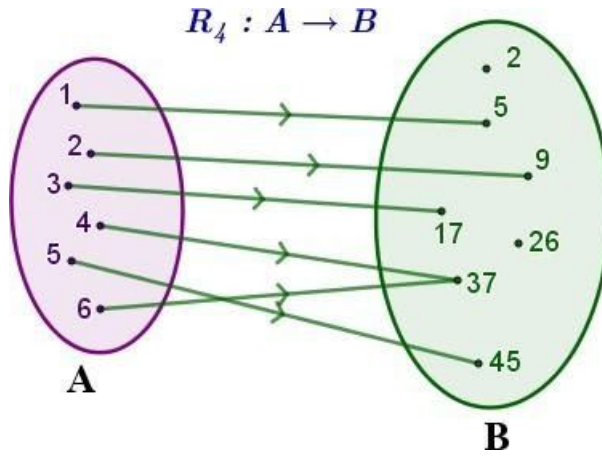
ಕಾರ್ಯ

ಗಣ A ಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಣಾಂಶವು ಗಣ B ಯಲ್ಲಿರುವ ಗಣಾಂಶದೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಮತ್ತು ಏಕೈಕ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಒಂದು ಗಣ A ಯಿಂದ ಗಣ B ಗೆ ಒಂದು ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಗಣ A ನಿಂದ ಗಣ B ಯನ್ನು ಹೊಂದಿಸಲು ಇನ್ನೊಂದು R4 ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಾವು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸೋಣ

$$R_4 = \{(1, 5), (2, 9), (3, 17), (4, 37), (5, 45), (6, 37)\}$$

ಸಂಬಂಧ R ನ ದೃಶ್ಯ ರೂಪವನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಕೆಯಿಂದ ಗಮನಿಸಿ :



ಗಣ A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಾಂಶಗಳು ಗಣ B ಯಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೂ, ಗಣ A ಯಲ್ಲಿ '4' ಮತ್ತು '6' ನ ಎರಡು ಗಣಾಂಶಗಳು ಗಣ B ನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.

R4 ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದೇ ?

ಹೌದು, ಸಂಬಂಧ R4 ಒಂದು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುತ್ತದೆ, ಏಕೆಂದರೆ ಗಣ A ಯ ಎಲ್ಲಾ ಗಣಾಂಶಗಳು ಗಣ B ಯಲ್ಲಿ ವಿಶಿಷ್ಟ ಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ, ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಆದೇಶದ ಜೋಡಿಗಳು ಒಂದೇ ಮೊದಲ ಗಣಾಂಶವನ್ನು ಹೊಂದಿರದ ಸಂಬಂಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

ಗಣ A ನಿಂದ ಗಣ B ಗೆ f ಅನ್ನು ಸೂಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ ?

$f : A \rightarrow B$, ಅಂದರೆ

$$f = \{(x, f(x)) : x \in A \text{ ಮತ್ತು } f(x) \in B\}.$$

ಡೋಮೇನ್ ಮತ್ತು ಸಹಡೋಮೇನ್

ಗಣ A ಅನ್ನು ಕಾರ್ಯದ ಡೋಮೇನ್ f ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ, ಮತ್ತು ಗಣ B ಅನ್ನು ಕಾರ್ಯದ ಸಹ ಡೋಮೇನ್ f ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಚಿತ್ರ ಮತ್ತು ಪೂರ್ವ ಚಿತ್ರ

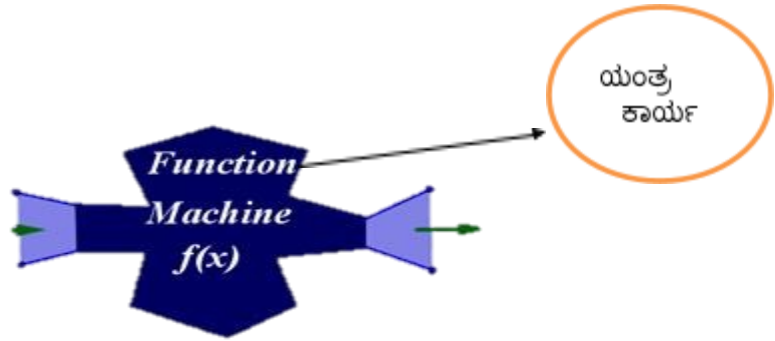
ಒಂದು ವೇಳೆ, f ಗಣ A ನಿಂದ ಗಣ B ಮತ್ತು $(a,b) \in f$, ಅನ್ನು ಹೊಂದಿಸುವ ಕಾರ್ಯವಾಗಿದೆ, ಇಲ್ಲಿ $a \in A, b \in B$

ನಂತರ, $f(a) = b$ ಮತ್ತು b ಅನ್ನು f ಕಾರ್ಯದ ಆಡಿಯಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು a ಅನ್ನು f ಆಡಿಯಲ್ಲಿ b ಯ ಪೂರ್ವ ಚಿತ್ರ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಮತ್ತು ಸಹ ಡೋಮೇನ್

ಗಣ A ನಿಂದ ಗಣ B ಹೊಂದಿಸಲು f ಆಡಿಯಲ್ಲಿ $x \in A$ ಯ ಎಲ್ಲಾ ಚಿತ್ರಗಳ ಗಣವನ್ನು f ಕ್ರಿಯೆಯ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇಡೀ ಗಣ B ಕಾರ್ಯದ ಸಹ ಡೋಮೇನ್ ಆಗಿದೆ, ಇದು ವ್ಯಾಪ್ತಿ C ಸಹ ಡೋಮೇನ್ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸುವುದು.

ನಾವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯದ ನಿಯಮವನ್ನು ನಿಯಮದಂತೆ ದೃಶ್ಯಕರಿಸಬಹುದು, ಇದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಗಣಾಂಶಗಳಿಂದ ಹೊಸ ಗಣಾಂಶಗಳನ್ನು ಉತ್ಪಾದಿಸುತ್ತದೆ. ವಾಸ್ತವಿಕವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಯಂತ್ರದ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಬಹುದು ನಾವು ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ ,



$f: A \rightarrow B$ ನಂತರ, ಪ್ರತಿ ಇನ್ ಪುಟ್ ಗಾಗಿ $x \in A$, ನಾವು ಅನನ್ಯ ಇನ್ ಪುಟ್ ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ $f(x) \in B$.

ಡೋಮೇನ್‌ನಿಂದ ನೀಡಲಾದ ಪ್ರತಿ ಇನ್ ಪುಟ್ ಗೆ ಕಾರ್ಯ ಯಂತ್ರವು ಸಹ-ಡೋಮೇನ್ ಗೆ ಸೇರಿದ ಅನನ್ಯ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನಾವು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಚರ್ಚಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 1 :

N ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು R ನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು N ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಬಹುದು

$R = \{(x, y): y = 2x, x, y \in \mathbb{N}\}$.
 ಡೊಮೇನ್, ಸಹ ಡೊಮೇನ್ ಮತ್ತು R ನ ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಎಂದರೇನು ? ಈ ಸಂಬಂಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಾಗಿದೆಯೇ ?

ಪರಿಹಾರ ;

ಅದ್ದರಿಂದ Since $R: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

\therefore ಅದ್ದರಿಂದ $R = \{x: x \in \mathbb{N}\} =$ ಸವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ \mathbb{N}

ಸಹ ಡೊಮೇನ್ $R =$ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ \mathbb{N}

$y = 2x$ ಆಗಿದ್ದರೆ , ಸಂಬಂಧ R ಎಂಬುದು xRy ನಿಂದ \mathbb{N} ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ,

R ನ ವ್ಯಾಪ್ತಿ $= \{y: y = 2x, x \in \mathbb{N}\}$

$=$ ಸಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ

ಪ್ರತಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ $n \in \mathbb{D}$ ಡೊಮೇನ್ , ಸಹಡೊಮೇನ್ ನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ, ಈ ಸಂಬಂಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 2 :

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ' R ' ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ ಕೆಲವು ಸಂಬಂಧಗಳು ಈಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ ಅದು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ?

(i) $R_1 = \{(2, 7), (5, 1), (9, 2)\}$,

(ii) $R_2 = \{(5, 2), (2, 4), (3, 7), (5, 4)\}$

(iii) $R_3 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7)\}$

ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬೆಂಬಲಿಸಲು ಕಾರಣಗಳನ್ನು ನೀಡಿ.

ಪರಿಹಾರ :

i. 2, 5, 9 . R_1 ನ ಡೊಮೇನ್ ನ ಗಣಾಂಶಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳ ವಿಶಿಷ್ಟ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ R_1 ಸಂಬಂಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಾಗಿದೆ.

ii. ಅದೇ ಮೊದಲ ಗಣಾಂಶ 5 ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ 2 ಮತ್ತು 4 ಗಣಾಂಶಗಳಿಗೆ ಇದರರ್ಥ ಅನುರೂಪವಾಗಿದೆ. ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಆದೇಶದ ಜೋಡಿಗಳು ಒಂದೇ ಮೊದಲ ಗಣಾಂಶವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂಬಂಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಲ್ಲ.

iii. ಆದೇಶಸಲಾದ ಎಲ್ಲಾ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ, ಸಂಬಂಧ R ನ ಡೊಮೇನ್ ಗೆ ಸೇರಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಣಾಂಶವು ಒಂದು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಕಂಡು ಕೊಂಡಿದ್ದೇವೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂಬಂಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಾಗಿದೆ.

ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯ

R ಅಥವಾ ಅದರ ಉಪಗಣಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದನ್ನು ಅದರ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯಂತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವಾಸ್ತವ ಮೌಲ್ಯಯುತ ಕ್ರಿಯೆ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಇದಲ್ಲದೆ, ಅದರ ಡೊಮೇನ್ R ಅಥವಾ R ನ ಉಪಗಣವಾಗಿದ್ದರೆ. ಅದನ್ನು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಸೂಚನೆ

1. A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ಗಣಗಳ ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅಧ್ಯಯನ ದಿಂದ, ಸಂಬಂಧ $R: A \rightarrow B$ ನಂತರ $f: A \rightarrow B$, ಕಾರ್ಯ, ನಾವು ಅದನ್ನು ತೀರ್ಮಾನಿಸುತ್ತೇವೆ, ಕಾರ್ಯ \subseteq ಸಂಬಂಧ \subseteq ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಗುಣಲಬ್ಧ.
2. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕಾರ್ಯ ಒಂದು ಸಂಬಂಧ ಅದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಬಂಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 3 :

N ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣವಾಗಿರಲಿ, ವಾಸ್ತವ ಮೌಲ್ಯಯುತ ಕಾರ್ಯವನ್ನು $f: N \rightarrow N$ ಅನ್ನು $f(x) = 2x + 1$ ರಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ, f ಕಾರ್ಯದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ $x = 1, 5, 9$ ಮತ್ತು 24 ಅಂಕಗಳ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :

ಇದನ್ನು ನೀಡಿದರೆ, $f: N \rightarrow N$ ಅನ್ನು $f(x) = 2x + 1$. ನಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, f ಕಾರ್ಯದ ಅಡಿಯಲ್ಲಿ $x = 1, 5, 9$ ಮತ್ತು 24 ರ ಚಿತ್ರಗಳು,

$f(1) = 3, f(5) = 11, f(9) = 19, f(24) = 49$. ಈಗ ಅವರ ನಕ್ಷೆಗಳ ಜೊತೆಗೆ ಕೆಲವು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಕಲಿಯೋಣ.

ಗುರುತಿನ ಕಾರ್ಯ

R ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಾಗಿಲಿ, ನಿಜವಾದ ಮೌಲ್ಯಯುತ ಕಾರ್ಯ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ

$f: R \rightarrow R$ ಪ್ರತಿ $x \in R$ ಗೆ $y = f(x) = x$

ಪ್ರತಿ ಗಣಾಂಶವು ಸ್ವತಃ ಸಂಬಂಧಿಸಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

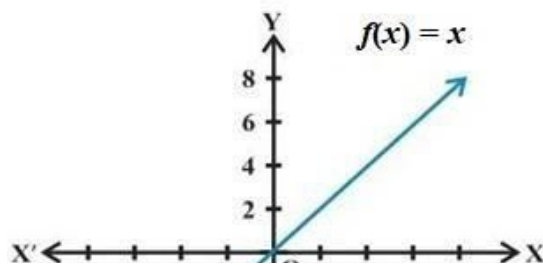
ಅಂತಹ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಗುರುತಿನ ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ

f ನ ಡೊಮೇನ್ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಪ್ತಿ ಎರಡೂ R ಗಳಾಗಿವೆ.

ಗುರುತಿನ ಕಾರ್ಯದ ನಕ್ಷೆ ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯಾಗಿದ್ದು, ಅದು ಮೂಲದ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತದೆ

ಗುರುತಿನ ಕಾರ್ಯ

Identity function

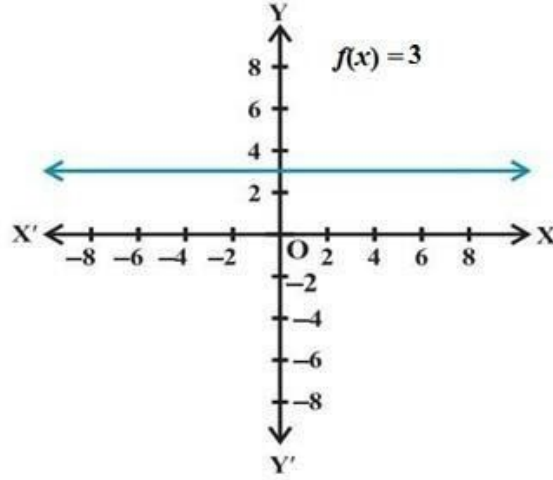


ಸ್ಥಿರ ಕಾರ್ಯ

ನಾವು ಸ್ಥಿರ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತೇವೆ, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ಯಿಂದ $y = f(x) = c$, ಪ್ರತಿ $x \in \mathbb{R}$ ಗೆ, ಇಲ್ಲಿ C ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಇಲ್ಲಿ f ನ ಡೊಮೇನ್ \mathbb{R} ಮತ್ತು ಅದರ ವ್ಯಾಪ್ತಿ $\{c\}$, ಈ ಕಾರ್ಯದ ನಕ್ಷೆ x - ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸ್ಥಿರ ಕಾರ್ಯ

Constant function



ಉದಾಹರಣೆಗೆ, ಪ್ರತಿ $f(x)=3$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ನಕ್ಷೆ x - ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ $y = 3$ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ x ಅಕ್ಷಗಳಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯ

ಒಂದು ಕಾರ್ಯ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ ಇದ್ದರೆ ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುತ್ತದೆ.

$x \in \mathbb{R}$, $y = f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ಇಲ್ಲಿ n ಒಂದು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ಕಾರ್ಯಗಳು.

$f(x) = x^3 - x^2 + 2$ and $g(x) = x^4 + \sqrt{2}x$ ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಿದೆ, ಆದರೆ ಕಾರ್ಯದಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ,

$h(x) = x^3 + 2x$ ಒಂದು ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯವಲ್ಲ x ನ ಸೂಚ್ಯಂಕವು ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯಾಗಿದೆ (ಋಣಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲ)

ಉದಾಹರಣೆ 4 :

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ಕಾರ್ಯದ ಡೊಮೇನ್ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ by $y = f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

f ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಸಹ ರಚಿಸಿರಿ.

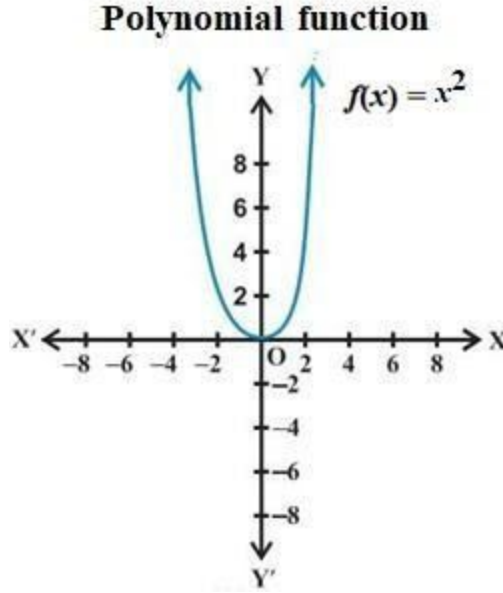
ಪರಿಹಾರ:

$$f \text{ ನ ಡೊಮೇನ್ } = \{x: x \in \mathbb{R}\}$$

$$f \text{ ನ ವ್ಯಾಪ್ತಿ } = \{y: y = x^2: x \in \mathbb{R}\}$$

f ನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ

ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯ



ಉದಾಹರಣೆ 5 :

ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ ಕಾರ್ಯದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ನಿಂದ } y = f(x) = x^3, x \in \mathbb{R}.$$

ಪರಿಹಾರ:

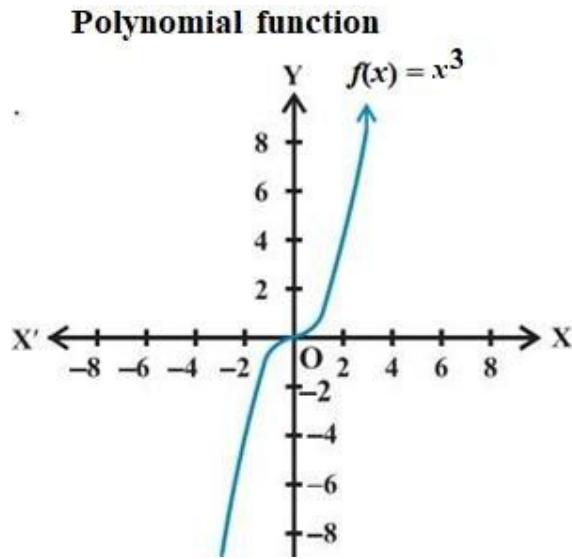
$x \in \mathbb{R}$ ಗಾಗಿ ಕೆಲವು ವಿಭಿನ್ನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ,

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad f(-1) = -1, \quad f(2) = 8, \quad f(-2) = -8, \quad f(3) = 27, \quad f(-3) = -27,$$

ಆದ್ದರಿಂದ, $f = \{(x, x^3): x \in \mathbb{R}\}$,

f ನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ

ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯ



ಭಾಗಲಬ್ಧ ಕಾರ್ಯಗಳು

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಕಾರ್ಯಗಳು ಪ್ರಕಾರದ ಕಾರ್ಯಗಳು, $f(x)/g(x)$ ನಲ್ಲಿ $f(x)$ ಮತ್ತು $g(x)$ ಡೊಮೇನ್ ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ ಬಹುಪದ ಕಾರ್ಯಗಳಾಗಿವೆ, ಅಲ್ಲಿ $g(x) \neq 0$.

ಉದಾಹರಣೆ 6 :

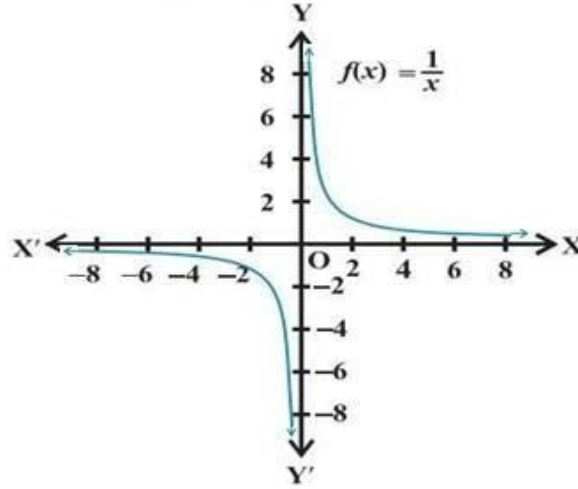
ವಾಸ್ತವ ಮೌಲ್ಯ ಯುತ ಕಾರ್ಯ $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ನಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ,
 $y = f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, ಈ ಕಾರ್ಯದ ಡೊಮೇನ್ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಈ ಕಾರ್ಯದ ಡೊಮೇನ್ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಪ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಈ ಕಾರ್ಯಕ್ಕಾಗಿ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಸಹ ರಚಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :

$f = \{x: x \in \mathbb{R} - \{0\}\}$ ನ ಡೊಮೇನ್ = 0 ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ f ನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ

ಭಾಗಲಬ್ಧ ಕಾರ್ಯ

Rational function



ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಕಾರ್ಯ

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ $x \in \mathbb{R}$, ಗೆ $f(x) = |x|$
ಇದನ್ನು ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಕಾರ್ಯ ಅಥವಾ ಸಂಪೂರ್ಣ ಮೌಲ್ಯ ಕಾರ್ಯ.

x ನ ಪ್ರತಿ ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಬೆಲೆಗೆ, $f(x)$. x ಗೆ ಸಮಾನಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ x ನ ಋಣಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ, $f(x)$ ನ ಬೆಲೆಯು x ನ ಬೆಲೆ ಗೆ ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ,

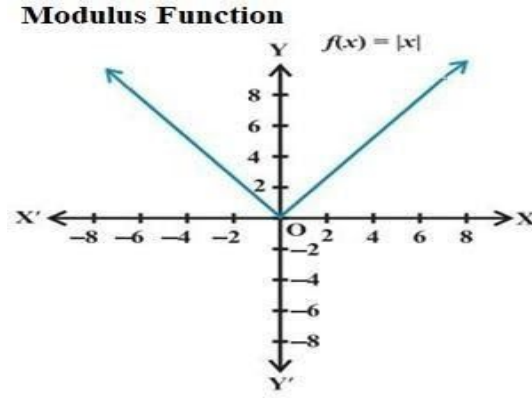
ಅಂದರೆ.,

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$-x, \quad x < 0$$

ನಿನ್ನ ಡೊಮೇನ್ \mathbb{R} ಮತ್ತು ಅದರ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯು $[0, \infty)$ ಆಗಿದೆ.
ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಕಾರ್ಯದ ನಕ್ಷೆ:

ಮಾಡ್ಯುಲಸ್ ಕಾರ್ಯ



ಸಿಗ್ನಮ್ ಕಾರ್ಯ

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ.

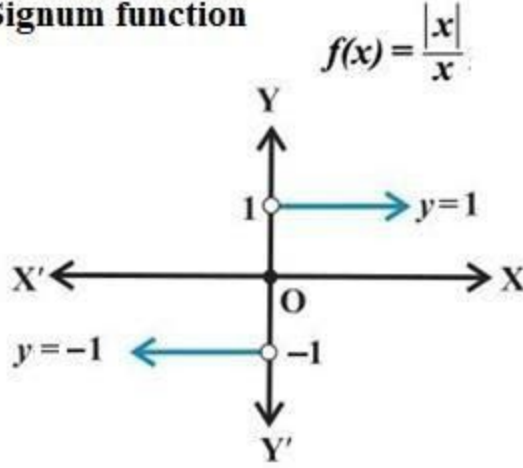
$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \text{ ಆಗಿದ್ದರೆ} \\ 0 & x = 0 \text{ ಆಗಿದ್ದರೆ} \\ -1 & x < 0 \text{ ಆಗಿದ್ದರೆ} \end{cases}$$

ಇದನ್ನು ಸಿಗ್ನಮ್ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಸಿಗ್ನಮ್ ಕಾರ್ಯದ ಡೊಮೇನ್ \mathbb{R} ಮತ್ತು ವ್ಯಾಪ್ತಿ $\{-1, 0, 1\}$.
ಸಿಗ್ನಮ್ ಕಾರ್ಯದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾಗಿದೆ,

ಸಿಗ್ನಮ್ ಕಾರ್ಯ

Signum function



ಅತ್ಯುನ್ನತ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕಾರ್ಯ

$f(x) = [x]$, ನಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾದ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$ ಅತ್ಯುನ್ನತ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಇದು x ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ, ಅಂತಹ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಅತ್ಯುನ್ನತ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕಾರ್ಯ ಅಥವಾ ನೆಲದ ಕಾರ್ಯ ಅಥವಾ ಹಂತದ ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ x ನ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನದಿಂದ, ನಾವು ಅದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು,

$$[x] = -3 \text{ ಆದರೆ } -3 \leq x < -2$$

$$[x] = -2 \text{ ಆದರೆ } -2 \leq x < -1$$

$$[x] = -1 \text{ ಆದರೆ } -1 \leq x < 0$$

$$[x] = 0 \text{ ಆದರೆ } 0 \leq x < 1$$

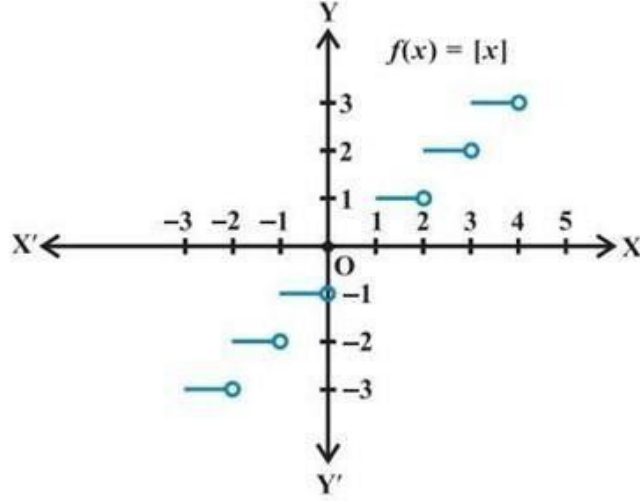
$$[x] = 1 \text{ ಆದರೆ } 1 \leq x < 2$$

$$[x] = 2 \text{ ಆದರೆ } 2 \leq x < 3 \text{ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ.}$$

ಇದರ ಡೊಮೇನ್ \mathbb{R} (ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ) ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗುಂಪಾಗಿದೆ. ಕಾರ್ಯದ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಕೆಳಗೆ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ ;

ಅತ್ಯುನ್ನತ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಕಾರ್ಯ

Greatest integer function



ಕೆಲವು ರೀತಿಯ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಕಲಿತ ನಂತರ, ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಸೇರಿಸುವುದು, ಇನ್ನೊಂದರಿಂದ ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಕಳೆಯುವುದು, ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಸದಿಶ ದಿಂದ ಗುಣಿಸುವುದು (ಇಲ್ಲಿ ಸದಿಶ ದಿಂದ ನಾವು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದರ್ಥ), ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳ ಸಂಕಲನ

$f: X \rightarrow \mathbb{R}$ ಮತ್ತು $g: X \rightarrow \mathbb{R}$ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳಾಗಿರಲಿ, ಅಲ್ಲಿ $X \subset \mathbb{R}$,

ನಂತರ ನಾವು $(f-g): X \rightarrow \mathbb{R}$ ಅನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತೇನೆ,

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x), \text{ ಎಲ್ಲರಿಗೂ } x \in X.$$

ಮತ್ತೊಂದರಿಂದ ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯದ ವ್ಯವಕಲನ

$f: X \rightarrow \mathbb{R}$ ಮತ್ತು $g: X \rightarrow \mathbb{R}$ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳಾಗಿರಲಿ, ಅಲ್ಲಿ $X \subset \mathbb{R}$. ನಂತರ ನಾವು ಎಲ್ಲಾ $x \in X$ ಗಾಗಿ

$(f-g): X \rightarrow \mathbb{R}$ ನಿಂದ $(f-g): X \rightarrow \mathbb{R}$ ನಿಂದ $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಸದಿಶದಿಂದ ಗುಣಾಕಾರ

$f: X \rightarrow \mathbb{R}$ ವಾಸ್ತವ ಮೌಲ್ಯಯುತ ಕಾರ್ಯವಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು α ಸದಿಶವಾಗಿರಲಿ, ಇಲ್ಲಿ ಸದಿಶದ ಮೂಲಕ, ನಾವು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದರ್ಥ, ನಂತರ ಉತ್ಪನ್ನ ಗುಣಲಬ್ಧ αf ಅನ್ನು ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

(αf) ಅನ್ನು ಕಾರ್ಯ ಎಂದು ಕರೆಯಲಾಗುತ್ತದೆ.

$$(\alpha f): X \rightarrow \mathbb{R} \text{ ನಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ } (\alpha f)(x) = \alpha f(x), \text{ ಎಲ್ಲರಿಗೂ } x \in X.$$

ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳ ಗುಣಾಕಾರ

ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು,
 $f: X \rightarrow R$ ಮತ್ತು $g: X \rightarrow R$ ಒಂದು ಕಾರ್ಯ $fg: X \rightarrow R$ ನಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ.
 $(fg)(x) = f(x)g(x)$, ಎಲ್ಲರಿಗಾಗಿ $x \in X$. ಇದನ್ನು ಪಾಯಿಂಟ್ ವೈಸ್ ಗುಣಾಕಾರ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳ ಭಾಗಲಬ್ಧ

ಒಂದು $f: X \rightarrow R$ ಮತ್ತು $g: X \rightarrow R$ ಎಂಬ ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳು ಅಲ್ಲಿ $X \subset R$, ನಂತರ f/g ನಿಂದ ಸೂಚಿಸಲಾದ
 g ನಿಂದ f ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಕಾರ್ಯವಾಗಿದೆ. $(f/g): X \rightarrow R$ ನಿಂದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
, ಒದಗಿಸಲಾಗಿದೆ $g(x) \neq 0, x \in X$

ಉದಾಹರಣೆ 7 ;

$f(x) = x^2$ ಮತ್ತು $g(x) = 2x + 1$ ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ,
 $(f + g)(x), (f - g)(x), (fg)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$, ನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ;

$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ ಅನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ.

$$\therefore (f + g)(x) = (x^2) + (2x + 1) = x^2 + 2x + 1$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$\therefore (f - g)(x) = (x^2) - (2x + 1) = x^2 - 2x - 1$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

$$\therefore (fg)(x) = (x^2)(2x + 1) = 2x^3 + x^2$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ ಒದಗಿಸಲಾಗಿದೆ } g(x) \neq 0 \text{ i.e. } x = \frac{1}{2}$$

ಉದಾಹರಣೆ 8 ;

$f(x) = \frac{1}{x+4}$ ಮತ್ತು $g(x) = (x+4)^2$ ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ

$(f + g)(x), (f - g)(x), (fg)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$, ನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ ;

ಎಲ್ಲಾ $x \in R$ ಗಾಗಿ $f(x) = \frac{1}{x+4}$ ಅನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಾವು ಗಮನಿಸುತ್ತೇವೆ.

$\therefore f$ ನ ಡೊಮೇನ್ = $R - \{-4\}$ ಮತ್ತು

$g(x) = (x + 4)^2$ ಎಲ್ಲಾ $x \in R$, ಗೆ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ,

$f \cap g$ ನ ಡೊಮೇನ್ $g = R - \{-4\}$, ನ ಡೊಮೇನ್

ಆದ್ದರಿಂದ, $(f + g): R - \{-4\} \rightarrow R$, ನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\therefore (f + g)(x) = \frac{1}{x+4} + (x+4)^2 = \frac{1 - (x+4)^3}{x+4}$$

ಈಗ , , $(f-g): \mathbb{R} - \{-4\} \rightarrow \mathbb{R}$, ನಿಂದ ನೀಡಲಾಗಿದೆ

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$\therefore (f-g)(x) = \frac{1}{x+4} + (x+4)^2 = (x+4)$$

ಏಕೆಂದರೆ, $x = -4$ ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಎಲ್ಲಾ $x \in \mathbb{R}$ ಗೆ $g(x) \neq 0$. ಆಗಿದೆ

ಆದ್ದರಿಂದ, $\left(\frac{f}{g}\right): \mathbb{R} - \{-4\} \rightarrow \mathbb{R}$ ನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\ &= \frac{1}{(x+4)^3} \end{aligned}$$

5. ಸಾರಾಂಶ

1. ಒಂದು ಗಣ A ಯಿಂದ ಗಣ B ಗೆ ಒಂದು ಕಾರ್ಯವು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ರೀತಿಯ ಸಂಬಂಧವಾಗಿದೆ, ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಗಣ A ಯ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಂಶವು ಗಣ B ಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮತ್ತು ಒಂದೇ ಚಿತ್ರ y ನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
 2. $f: A \rightarrow B$, ಅಲ್ಲಿ $f(x) = y$. ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ
 3. A ಎಂಬುದು ಡೊಮೇನ್ ಮತ್ತು B ಎಂಬುದು f ಕಾರ್ಯದ ಸಹಡೊಮೇನ್ ಆಗಿದೆ
 4. ಚಿತ್ರಗಳಿದ್ದರೆ ಕಾರ್ಯದ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯು ಗಣ ಆಗಿದೆ.
 5. ವಾಸ್ತವ ಕಾರ್ಯವು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣವನ್ನು ಅಥವಾ ಅದರ ಒಂದು ಉಪಗಣವನ್ನು ಅದರ ಡೊಮೇನ್ ನಂತೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವ್ಯಾಪ್ತಿಯಂತೆ ಹೊಂದಿದೆ.
 6. ಕಾರ್ಯದ ಬೀಜಗಣಿತ
- $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ ಮತ್ತು $g: X \rightarrow \mathbb{R}$, ಕಾರ್ಯಗಳಿಗಾಗಿ, ನಾವು ಹೊಂದಿದ್ದೇವೆ

$$\text{ಎಲ್ಲಾ } x \in X \quad (f+g)(x) = f(x) + g(x),$$

$$\text{ಎಲ್ಲಾ } x \in X \quad (f-g)(x) = f(x) - g(x),$$

$$\text{ಎಲ್ಲಾ } x \in X \quad (fg)(x) = f(x)g(x),$$

$$\text{ಎಲ್ಲಾ } x \in X \quad (\alpha f)(x) = \alpha f(x),$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{ಒದಗಿಸಿ } (x) \neq 0, x \in X$$