1. మాడ్యూల్ మరియు దాని నిర్మాణం యొక్క వివరాలు

మాడ్యూల్ వివరాలు	
విషయం పేరు	గణితం
కోర్సు పేరు	గణితం 01 (తరగతి XI, సెమిస్టర్ - 1)
మాడ్యూల్ పేరు / శీర్షిక	ఉప సమితులు మరియు ఉన్నత సమితులు - 2వ భాగం
మాడ్యూల్ ID	kemh_10102
పూర్వ భావనలు	సమితి యొక్క భావనను అవగాహన చేసుకోవడం. సమితిని రోస్టర్ మరియు సమితి నిర్మాణ రూపం లో సూచించడం. సమితిని పరిమితమైన, అపరిమితమైన సమితులుగా గుర్తించి వివరించడం. మరియు శూన్యసమితి, ఏకమూలక సమితులను గుర్తించి రాయడం
లక్ష్యాలు	ఈ పాఠం అభ్యసనం తర్వాత, విద్యార్థులు క్రింది వాటిని చేయగలరు: • ఇవ్వబడిన సమితి యొక్క ఉపసమితులను రాయగలుగుతారు. • ఇవ్వబడిన సమితి యొక్క సంవృత లేదా వివృత అంతరాళాలను ఉపసమితులుగా సూచించ గలరు. • విద్యార్థులు ఒక సమితి యొక్క ఘాత సమితిని రాయగలరు. • విద్యార్థులు ఒక సమితి యొక్క ఉపసమితుల సంఖ్య కనుక్కోగలరు. • విద్యార్థులు ఒక సమితి యొక్క మూలకాల సంఖ్య (Cardinality) ని కనుక్కోగలరు.
కీలకపదాలు	ఉపసమితి, అధిక సమితి, ఘాత సమితి, అంతరాళం, ఒక సమితిలోని మూలకాల సంఖ్య(Cardinality).

2. అభివృద్ధి బృందం

పాత్ర	పేరు	అనుబంధం
జాతీయ MOOC కోఆర్డినేటర్ (NMC)	ప్రొఫెసర్ అమరేంద్ర పి. బెహెరా	CIET, NCERT, New Delhi
ప్రోగ్రాం కోఆర్డినేటర్	డాక్టర్ మహమ్మద్ మమూర్ ఆలీ	CIET, NCERT, New Delhi
కోర్సు సమన్వయకర్త (CC) / PI	డాక్టర్ తిల్ ప్రసాద్ శర్మ	DESM, NCERT, New Delhi
కోర్సు కో-ఆర్డినేటర్ / Co PI	డాక్టర్ మొహమ్మద్. మామూర్ అలీ	CIET, NCERT, New Delhi

విషయ నిపుణులు (ఎస్ఎంఇ)	శ్రీమతి అంజలి చుగాని	Sanskriti School, New Delhi
సమీక్ష బృందం	డాక్టర్ సాధనా శ్రీవాస్తవ	KVS, Faridabad, Haryana

విషయ సూచిక:

1. ఒక సమితి యొక్క ఉపసమితి

2.ఒక సమితి యొక్క ఉన్నతసమితి

3. అంతరాళాలుగా ఉపసమితి.

4.ఘాత సమితి

5. ఒక సమితి యొక్క ఉపసమితుల సంఖ్య

6. ఒక సమితి లోని మూలకాల సంఖ్య లేదా కార్డినల్ సంఖ్య(Cardinality)

7. సారాంశం

1. ఒక సమితి యొక్క ఉపసమితి

వస్తువులు లేదా జీవులు లేదా సంఖ్యల సమితులు ఇంకా అంతర్లీనంగా విభజించబడుతాయి.ఉదాహరణకు, గుడ్లగూబ ఒక రకమైన పక్షి. అంటే, ప్రతీ గుడ్లగూబ కూడా ఒక పక్షే. ఈ అంశాన్ని మనం సమితుల పరిభాషలో గుడ్లగూబల సమితి పక్షుల సమితికి ఉపసమితి అవుతుందని చెప్తాం.

సమితి S యొక్క ప్రతి మూలకం T యొక్క మూలకం అయితే ఒక సమితి S ని మరొక సమితి T యొక్క ఉపసమితి అంటారు. దీనిని మనం $S \subseteq T$ అని రాస్తాం. (దీనిని 'S అనేది T యొక్క ఉపసమితి' అని చదవండి.)

' ఉపసమితి' కి కొత్త చిహ్నం '$\subset$'

ఈ విధంగా {గుడ్లగూబలు} $\subset$ {పక్షులు} ఎందుకంటే ప్రతి గుడ్లగూబ ఒక పక్షి.

అదేవిధంగా, $A = \{2, 4, 6\}$ మరియు $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ అయితే, $A \subset B$, ఎందుకంటే సమితి A లోని ప్రతి మూలకం సమితి B లో ఉన్నది.

'సమితి S సమితి T కి ఉపసమితి కాదు' అనే వాక్యాన్ని $S \nsubseteq T$ అని రాయవచ్చు.

అంటే, సమితి T లో లేని కనీసం ఒక్క మూలకమైనా సమితి S లో ఉంటుంది.

{ పక్షులు } $\nsubseteq$ { ఎగిరే జీవులు } ఎందుకంటే ఉష్ట్రపక్షి ఒక పక్షి, కానీ అది ఎగరలేదు.

అదే విధంగా, $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$ and $B = \{ 2, 3, 4, 5, 6 \}$ అయితే $A \nsubseteq B$ అవుతుంది. ఎందుకంటే, $0 \in A$, కానీ $0 \notin B$.

ఒక సమితికి దానికదే మరియు శూన్య సమితి 'ఉపసమితులు' అవుతాయి.

ఏదైనా సమితి S దానికదే ఉపసమితి, ఎందుకంటే S యొక్క ప్రతి మూలకం S లో ఉంటుంది..

ఉదాహరణకు: {పక్షులు} $\subset$ {పక్షులు} మరియు

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

ఇంకా, ఏదైనా సమితి S కు శూన్య సమితి Φ ఉపసమితి అవుతుంది,

2. ఒక సమితి యొక్క ఉన్నత సమితి

A మరియు B రెండు సమితులు మరియు సమితి A లో ఉన్న ప్రతీ మూలకం కూడా సమితి B లో ఉంటే . B ని

A యొక్క ఉన్నత సమితి అంటారు. దీనిని $B \supseteq A$ అని వ్రాస్తాం.

3. సమ సమితులు

A మరియు B రెండు సమితులు మరియు $A \subseteq B$ కానీ $B \nsubseteq A$ అయితే, A ని B యొక్క 'క్రమోపసమితి' అంటారు, అంటే, $A \neq B$. గుర్తు $\subset$ క్రమోపసమితిని సూచిస్తుంద. ప్రతీకగా, $A \subset B$ అని వ్రాస్తాం.
గమనిక:
ఏ సమితి కూడా దానికదే క్రమోపసమితి కాదు.
శూన్య సమితి లేదా $\varnothing$ ప్రతి సమితికి క్రమోపసమితి అవుతుంది.
ఉదాహరణకు: $A = \{p, q, r\}$
$B = \{p, q, r, s, t\}$
ఇక్కడ A అనేది B యొక్క క్రమోపసమితి , ఎందుకంటే సమితి A యొక్క అన్ని మూలకాలు సమితి B లో ఉన్నాయి మరియు $A \neq B$. మనకు తెలిసిన సమితుల యొక్క ఉపసమితిల మధ్య కొన్ని స్పష్టమైన సంబంధాలు:

$$N \subset Z \subset Q,\ Q \subset R,\ T \subset R,\ N \not\subset T.$$

గమనిక:

$A \subseteq B$ మరియు $B \subseteq A$ అయితే $A = B$ అవుతుంది., అంటే, అవి సమసమితులు

ఉదాహరణకు, సమితులు $A = \{2, 4, 6\}$

B ={x : x అనేది 8 కంటే తక్కువైన ఒక సహజ సంఖ్య}

ఇక్కడ $A \subset B$ మరియు $B \subset A$.

అందువల్ల, $A = B$ అని చెప్పగలం.

4. ఉపసమితులు గా అంతరాలు

$a, b \in R$ మరియు $a < b$. అప్పుడు $\{y: a < y < b\}$ వాస్తవ సంఖ్యల సమితి ను వివృత అంతరం అంటారు

మరియు దీనిని (a, b) గా సూచిస్తారు . a మరియు b ల మధ్య ఉన్న అన్ని వాస్తవ బిందువ్లులు వివృత అంతరం (a, b) లో రాం ఉంటాయి కాని a, b బిందువులు ఈ అంతరం లో ఉండవు.

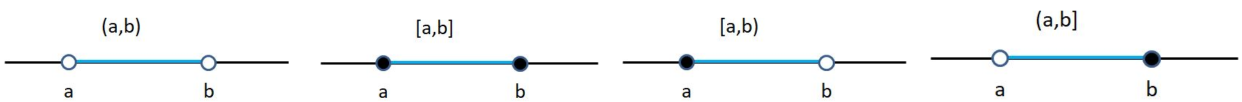
అంత్య బిందువులను కూడా కలిగి ఉన్న అంతరాళాన్ని సంవృత అంతరం అని పిలుస్తారు మరియు దీనిని [a, b] గా సూచిస్తారు. సాంకేతికంగా, $[a, b] = \{x: a \le x \le b\}$

ఒక అంతరం ఒక చివర మూసివేసి మరొక చివర తెరిచి కూడా ఉంచవచ్చు.,

i.e. $[a, b) = \{x: a \le x < b\}$ ఇది a ను కలిగి ఉండి b ను మినహాయించి, a నుండి b వరకు ఉన్న ఒక అంతరం

$(a, b] = \{x: a < x \le b\}$ ఇది a ను మినహాయించి b నుకలిగి ఉండి, a నుండి b వరకు ఉన్న ఒక అంతరం

క్రిందచిత్రంలో, వాస్తవ సంఖ్య రేఖలో, R యొక్క ఉపసమితులుగా పైన వివరించిన వివిధ రకాల అంతరాలు చూపించబడ్డాయి



ఉదాహరణకు, నిర్మాణ రూపంలో వ్రాసిన $\{x: x \in R, -5 < x \le 7\}$ సమితి అంతరం రూపంలో $(-5, 7]$ మరియు $[-3, 5)$ అంతరాన్ని $\{x: -3 \le x < 5\}$ గా రాయవచ్చు.

గమనిక:

ఇక్కడ ఖాళీ వృత్తం బిందువు ను ప్రాతినిధ్యపరిచే సంఖ్య అంతరం లో చేర్చబడలేదని సూచిస్తుంది మరియు నింపబడిన వృత్తం బిందువు ను ప్రాతినిధ్యపరిచే సంఖ్య అంతరం లో చేర్చబడినదని సూచిస్తుంది.

5. ఘాత సమితి

మనం ఇంతవరకు, మూలకాల సముదాయాన్ని ఒక సమితిగా నిర్వచించాం. S అనేది ఒక సమితి అయితే,

S యొక్క అన్ని ఉపసమితుల సముదాయాన్ని లేదా కుటుంబాన్ని S యొక్క ఘాత సమితి అని పిలుస్తారు మరియు దీనిని P (S) చే సూచిస్తారు.

$S = \{a, b\}$ అయితే S యొక్క ఘాత సమితి $P(S) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \Phi\}$ అవుతుంది.

శూన్య సమితి లేదా Φ దాని స్వంత మూలకం కలిగి లేని సమితి. కావున, అది ఘాత సమితి యొక్క ఒక మూలకం అవుతుంది. అందుచేత ఇది అన్ని సమితులకు ఉపసమితి అవుతుంది.

సమితి S దానికదే ఉపసమితి. కాబట్టి, ఇది కూడా ఘాతసమితి యొక్క మూలకం అవుతుంది.

6. ఇచ్చిన సమితి యొక్క ఉపసమితుల సంఖ్య

ఒక సమితి లో 'n' మూలకాలు ఉంటే, అప్పుడు ఆ సమితి యొక్క ఉపసమితుల సంఖ్య 2^n.

ఉదాహరణకు:

$A = \{1, 3, 5\}$ అయితే, A యొక్క అన్ని ఉపసమితులను వ్రాయండి. వాటి సంఖ్యను కనుగొనండి.

సాధన: మూలకాలు లేని శూన్యసమితి Ø, సమితి A యొక్క ఉపసమితి అవుతుంది.

ఒక్కొక్క మూలకాన్ని కలిగి ఉన్న A యొక్క ఉపసమితులు {1}, {3 },{5}

రెండు మూలకాలను కలిగి ఉన్న A యొక్క ఉపసమితులు {1, 3}, {1, 5}, {3 , 5}

మూడు మూలకాలను కలిగి ఉన్న A యొక్క ఉపసమితి {1, 3, 5)

కాబట్టి, A యొక్క అన్ని ఉపసమితులు { }, {1}, {3}, {5}, {1, 3}, {1, 5}, {3, 5}, {1, 3, 5}
కాబట్టి, A యొక్క అన్ని ఉపసమితుల సంఖ్య 8, ఇది 2^3 కి సమానం.

$$5 \in S \text{ but } \{5\} \neq S$$

7. సమితి మూలకాల సంఖ్య లేదా కార్డినల్ సంఖ్య(Cardinality)

ఒక సమితి లోని మూలకాల సంఖ్య ను ఆ సమితి యొక్క మూలకాల సంఖ్య లేదా కార్డినల్ సంఖ్య అంటారు.

S ఒక పరిమిత సమితి అయితే, సమితి S యొక్క మూలకాల సంఖ్యను n (S) సూచిస్తుంది.

S = {1, 3, 5, 7, 9 }అయితే n (S) = 5.

A = {1001, 1002, 1003, ..., 3000} అయితే n (A) = 2000.

T = {ఇంగ్లీష్ వర్ణమాలలో అక్షరాలు} అయితే n (T) | = 26.

S = {5 } సమితి ఏక మూలక సమితి అవుతుంది. ఎందుకంటే n (S) = 1. ఇక్కడ మనం, 5 అనే సంఖ్య మరియు సమితి S = {5}: మధ్య తేడాను గుర్తించడం చాలా ముఖ్యం.

$$5 \in S \text{ కానీ } \{5\} \neq S$$

8. సారాంశం

i. సమితి S లో ఉన్న ప్రతి మూలకం సమితి T లో ఉంటే, సమితి S ని మరొక సమితి T యొక్క ఉపసమితి అంటారు. దీనిని Sఅని వ్రాస్తారు ⊆ T

ii. సమితి S అనేది సమితి T యొక్క ఉపసమితి కాకపోతే $S \not\subseteq T$ గా రాస్తాం. సమితి T లో లేని మూలకం, సమితీ S లో ఉండే కనీసం ఒక మూలకమైనా ఉంటుంది.

Iii. A మరియు B రెండు సమితులు, మరియు సమితీ A లో ఉన్న ప్రతీ మూలకం సమితి B లో ఉంటే, సమితి B ని సమితి A యొక్క అధిక సమితి అని అంటారు. దానిని $B \supseteq A$ అని వ్రాస్తాం.

iv. ఒక సమితికి దానికదే మరియు శూన్యసమితులు ఎల్లప్పుడూ ఉపసమితులు.

v. $A \subseteq B$ మరియు $B \subseteq A$ అయితే, A = B, అనగా అవి సమితి యొక్క సమ సమితులు.

vi. వాస్తవ సంఖ్యల సమితి {y: a <y <b} ను వివృతఅంతరాళం అంటారు మరియు దీనిని (a, b) చే సూచిస్తారు.

vii అంత్య బిందువులను కలిగి ఉన్న అంతరాళాన్ని సంవృత అంతరాళం అని అంటారు. మరియు దీనిని [a, b] ద్వారా సూచిస్తారు. అందువలన $[a, b] = \{x: a \le x \le b\}$

viii. $[a, b) = \{x: a \le x < b\}$ అనేది a ను కలిగి ఉండి b ను మినహాయించి a నుండి b వరకు ఉన్న వివృతఅంతరాళం.

ix. $(a, b] = \{ x: a < x \le b \}$ అనేది a ను మినహాయించి b ను కలిగి ఉన్న a నుండి b వరకు ఉన్న వివృతఅంతరాళం x . S యొక్క అన్ని ఉపసమితుల సముదాయాన్ని లేదా కుటుంబాన్ని S యొక్క ఘాత సమితి అని పిలుస్తారు మరియు దీనిని P (S) చే సూచిస్తారు.

xi. ఒక సమితి లో 'n' మూలకాలు ఉంటే, ఆ సమితి యొక్క ఉపసమితుల సంఖ్య 2^n.

xii. ఒక సమితి లోని మూలకాల సంఖ్య సమితి యొక్క కార్డినాలిటీ అవుతుంది. S ఒక పరిమిత సమితి అయితే, సమితి S యొక్క