1.தொகுதி பற்றிய விவரங்கள் மற்றும் அதன் அமைப்பு

தொகுதி விவரங்கள்	
பாடத்தின் பெயர்	கணிதம்
பாட திட்டத்தின் பெயர்	கணிதம் 01 (வகுப்பு - XI ,பருவம் - 1)
தொகுதி பெயர்/தலைப்பு	உட்கணங்களும் மற்றும் மிகைக் கணங்களும் -பகுதி 2
தொகுதி எண்	kemh_10102
முன் தேவைகள்	கணம் பற்றி புரிதல் கணங்களைக் கணக் கட்டமைப்பு முறை மற்றும் பட்டியல் முறையில் எழுதுதல். கணங்களை முடிவுறு மற்றும் முடிவுறாக் கணங்க , வெற்றுக் கணம் மற்றும் ஓருறுப்புக் கணம் என விவரித்தல்.
கற்றல் விளைவுகள்	இப்பாடத்தைப் பயின்ற பிறகு மாணவர்கள் பின்வருவனவற்றை செய்ய இயலும்: ஒரு கணத்தின் உட்கணங்களை எழுதுதல் இடைவெளி - திறந்த மற்றும் அடைத்த முறையில் ஒரு கணத்தின் உட்கணமாகக் குறிப்பிடுதல் ஒரு கணத்தின் அடுக்குக் கணத்தை எழுதுதல் ஒரு கணத்தின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையை கண்டறிதல் ஒரு கணத்தின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் அதன் ஆதி எண்ணை கண்டறிதல்
சிறப்பு	உட்கணம், மிகைக்கணம், அடுக்குக் கணம், இடைவெளி,கணத்தின் ஆதி எண்

2.வளர்ச்சி குழு

பங்கு	**பெயர்**	**இணைப்பு**
தேசிய பெ தி நி பா ஒருங்கிணைப்பாளர் (NMC)	Prof. அமரேந்திர P. பெஹெரா	CIET, NCERT, புது டெல்லி
நிரல் ஒருங்கிணைப்பாளர்	Dr. முகமத் மமூர் அலி	CIET, NCERT, புது டெல்லி
பாட திட்டத்தின் ஒருங்கிணைப்பாளர் (CC) / PI	Dr. தில் பிரசாத் சர்மா	DESM, NCERT, புது டெல்லி
பாட திட்டத்தின் ஒருங்கிணைப்பாளர் / Co-PI	Dr. முகமத் மமூர் அலி	CIET, NCERT, புது டெல்லி
பாட பொருள் நிபுணர் (SME)	Ms. அஞ்சலி	சஹுகணி சன்ஸ்க்ரிதி பள்ளி, புது டெல்லி
மதிப்பாய்வுரை குழு	Dr. சாதனா ஸ்ரீவஸ்தவா	KVS, பரிதாபாத், ஹரியானா

டிரான்ஸ்லேட்டர்	திருமதி கோமதி டி	கணித பாடம், பெனியல் மேட்.எச்.செக். பள்ளி, சென்னை

பொருளடக்கம்

1. ஒரு கணத்தின் உட்கணஙகள்

ஒரு கனமானது பெரும்பாலும் துணைப்பிரிவுகளாக பிரிக்கப்படும். உதாரணத்திற்கு, ஆந்தைகள் குறிப்பாக ஒரு வகையான பறவையாகும் ஆதலால் ஒவ்வொரு ஆந்தையும் ஒரு பறவையாகும். இதனை கணங்களின் மொழியில் சொல்வதானால், ஆந்தையின் கணமானது பறவைக் கணத்தின் உட்கணம் என்று கூறலாம்.

S இல் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் கணம் T இல் ஓர் உறுப்பு எனில், S என்பது T இன் ஓர் உட்கணம் ஆகும். இதை $S \subseteq T$ என எழுதலாம்.

'S என்பது T இன் உட்கணம்' எனப் படிக்க வேண்டும.

இந்த புதியக் குறியிடு $\subset$ 'என்பது ஒரு உட்கணம்' என்று பொருள்படும்.

ஆதலால் {ஆந்தை } $\subset$ {பறவை} ஏனெனில் ஆந்தை ஒரு பறவை ஆகும்.

இதேபோல், $A = \{ 2, 4, 6 \}$ மற்றும் $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ எனில், $A \subset B$ ஆகும், ஏனெனில் A இல் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் கணம் B இல் ஓர் உறுப்பாகும்.

'S என்பது T இன் உட்கணம் அல்ல' , என்னும் வாக்கியத்தை $S \nsubseteq T$ என எழுதுவோம்.

இதற்கு, S கணத்தின் ஏதேனும் ஒரு உறுப்பாவது T கணத்தின் உறுப்பாக இருக்காது என்று பொருள். உதாரணமாக,

{பறவைகள் } $\nsubseteq$ {பறக்கும் உயிரினங்கள்)

ஏனெனில் தூக்கோழி ஒரு பறவையானாலும் அது பறக்கும் தன்மைக் கொண்டதல்ல.

அதே போல், $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$ மற்றும் $B = \{ 2, 3, 4, 5, 6 \}$ எனில்,

$A \nsubseteq B$,ஏனெனில் $0 \in A$, ஆனால் $0 \notin B$.

ஒவ்வொரு கணத்திற்கு, அந்த கணமும் மற்றும்வெற்றுக் கணமும் எப்போதும் உட்கணங்கள் ஆகும்

S எனும் கணத்திற்கு அக்கணமே ஒரு உட்கணம் ஆகும் ஏனெனில் S இன் ஒவ்வொரு உறுப்பும் S கணத்தின் உறுப்பாகும் .

உதாரணமாக : {பறவைகள் } $\subset$ {பறவைகள் } மற்றும்

$\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$.

மேலும், வெற்றுக் கணம் Φ ஒவ்வொரு கணம் S இன் உட்கணம் ஆகும்.

2.ஒரு கணத்தின் மிகைக் கணம்

A மற்றும் B இரண்டு கணங்கள் எனில், A கணத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பும் B கணத்தின் உறுப்பாகும் எனில், B கணத்தை A கணத்தின் மிகைக் கணம்என்று அழைக்கலாம். இதனை, $B \supseteq A$ என்று எழுதலாம் .

3. தகு உட்கணம்

A மற்றும் B இரு கணங்களாகும். $A \subseteq B$ ஆனால் மற்றும் $B \nsubseteq A$ எனில் A என்பது B இன் தகு உட்கணம் எனப்படும்

i.e., $A \neq B$. '$\subset$', குறியீடு தகு உட்கணத்தைக் குறிக்கப் பயன்படுகின்றது. இதனை, $A \subset B$ என்று எழுதலாம்.

குறிப்பு :
எந்த ஒரு கணமும் தன்னுடைய தகு உட்கணம் ஆகாது.
வெற்றுக் கணம் அல்லது $\varnothing$ஆனது எந்த ஒரு கணத்தின் தகு உட்கணம் ஆகும் .
உதாரணமாக : $A = \{p, q, r\}$
$B = \{p, q, r, s, t\}$
இங்கே A என்பது B இன் தகு உட்கணம் ஆகும் ஏனெனில் கணம் A இல் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் கணம் B இல் உள்ளது மற்றும் $A \neq B$.
இந்த உட்கணங்களுக்கு மத்தியில் இருக்கும் தெளிவானத் தொடர்புகள் சில
$\mathbf{N \subset Z \subset Q, Q \subset R, T \subset R, N \not\subseteq T.}$

குறிப்பு :
$\mathbf{A \subseteq B}$ மற்றும் $\mathbf{B \subseteq A}$ எனில், $\mathbf{A = B}$ **,அதாவது அவை சமக் கணங்கள் ஆகும்**
உதாரணமாக, $A = \{2, 4, 6\}$ ஆகட்டும்
$B = \{x :$ x என்பது 8 ஐ விடக் குறைவான நேர்ம இயல் எணகளின் கணம்$\}$
இங்கே $A \subset B$ மற்றும் $B \subset A$.
எனவே, $A = B$ எனக் கூறலாம்.

4.உட்கணங்களாக இடைவெளிகள்
$a, b \in R$ இருக்க மற்றும் $a < b$. பிறகு, மெய்யெண்களின் கணம் $\{ y : a < y < b\}$ திறந்த இடைவெளி என்று கூறலாம். இதனை (a, b) என்று குறிப்பிடலாம்.
a க்கும் b க்கும் நடுவில் உள்ள அனைத்து புள்ளிகளும் இந்த திறந்த இடைவெளிக்கு சொந்தமானது, ஆனால் a,b இவை இரண்டும் இத்திறந்த இடைவெளிக்கு சொந்தமாகாது.
இதனை (a, b) என்று குறிக்கலாம். முடிவு புள்ளிகளையும் உட்கொண்ட இடைவெளியை அடைப்பு இடைவெளி என்பர்.இதனை $[a, b]$ என்று குறிக்கலாம்.
ஆகையால் $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$
ஒரு பக்கம் அடைத்த மற்றும் மறுபக்கம் திறந்த இடைவெளிகளும் உள்ளன.
அஃதாவது, $[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$ என்பது a வில் இருந்து b க்கு திறந்த இடைவெளி ஆகும். இது b யை தவிர்த்து a வை உள்ளடக்கியது
$(a, b] = \{ x : a < x \leq b \}$ என்பது a வில் இருந்து b க்கு திறந்த இடைவெளி ஆகும். இது a வை தவிர்த்து b யை உள்ளடக்கியது .
மேலே R இன் உட்கணங்களாக விவரிக்கப்பட்ட வெவ்வேறு வகையான இடைவெளிகளை , ஒரு மெய்யெண்களின் கோட்டில், கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது
படம்
உதாரணமாக ,$\{x : x \in R, -5 < x \leq 7\}$ கணக் கட்டமைப்பு முறையில் எழுதப்பட்டுள்ள இக்கணத்தை,இடைவெளிக் குறியிட்டில் $(-5, 7]$ என்று எழுதலாம் மற்றும் $[-3, 5)$ என்ற இடைவெளியை $\{x : -3 \leq x < 5\}$ என்று எழுதலாம்
குறிப்பு : இங்கே நிரப்பப்படாத வட்டம் புள்ளிகள் சேர்க்கப்படாததை குறிக்கும் நிரப்பப்பட வட்டம் புள்ளிகள் சேர்க்கப்படுவதைக் குறிக்கும்

5. அடுக்குக் கணம
கணம் என்பது அதன் உறுப்புகளின் தொகுப்பு என நாம் வரையறுத்துள்ளோம். ஆதலால், என்பது ஒரு கணம் எனில் அதன் அனைத்

உட்கணங்களையும் கொண்ட தொகுப்பை S இன் அடுக்குக் கணம் எனலாம். இதனை P(S) எனக் குறிக்கலாம்.
S ={ a, b } எனில் S இன் அடுக்குக் கணத்தை பின்வருமாறு எழுதலாம்.
$P(S) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \Phi \}$
எந்த ஒரு உறுப்பும் இல்லாத கணமான வெறுமைக்கணம் அல்லது வெற்றுக்கணம் Φ அடுக்குக் கணத்தின் ஒரு உறுப்பு ஆகும்.ஏனெனில், அது அனைத்து உட்கணங்களின் கணம் ஆகும்.
கணம் S ஆனது தனக்குத்தானே ஒரு உட்கணமாக இருப்பதால், அதுவும் அடுக்குக் கணத்தின் ஒரு உறுப்பு ஆகும்.

6. ஒரு கணத்தின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை
ஒரு கணம் ‘n’ உறுப்புக்களைக் கொண்டு இருக்குமேயானால், அதன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை 2n ஆகும்.
உதாரணமாக
A = {1, 3, 5} எனில் , அதன் அனைத்து உட்கணங்களையும் எழுதுக. அவற்றின் எண்ணிக்கையைக் காண்க .
தீர்வு :
ஓர் உறுப்பு கூட இல்லாத A கணத்தின் உட்கணம் Ø ஆகும்.
ஓர் உறுப்புக் கொண்ட A கணத்தின் உட்கணங்கள் {1} {3} {5} ஆகும்.
இரண்டு உறுப்புக்கள் கொண்ட A கணத்தின் உட்கணங்கள் {1, 3} {1, 5} {3, 5} ஆகும்.
இரண்டு உறுப்புக்கள் கொண்ட A கணத்தின் உட்கணங்கள் {1, 3} {1, 5} {3, 5} ஆகும்.
ஆகையால், A கணத்தின் அணைத்து உட்கணங்கள் { }, {1}, {3}, {5}, {1, 3}, {1,5}, {3, 5}, {1, 3, 5} ஆகும்.
ஆகையால், A கணத்தின் அணைத்து உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை 8 அது 23- க்கு சமம்.

7. ஒரு கணத்தின் ஆதி எண்
ஒரு கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையே அக்கணத்தின் ஆதி எண் ஆகும்.
S என்பது ஒரு முடிவுறுக் கணம் , n(S) என்னும் குறியீடு கணம் S இல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை குறிப்பதாகும்.
உதாரணமாக: S = { 1, 3, 5, 7, 9 } எனில், n(S) = 5.
A = { 1001, 1002, 1003, …, 3000 } எனில், n(A) = 2000.
T = (ஆங்கில மொழியில் உள்ள எழுத்துக்கள்} எனில் n(T)| = 26
கணம் S = {5} ஓர் ஒருறுப்புக் கணம் ஏனெனில் n(S) = 1. எண் 5 என்பதற்கும் கணம் S = { 5 } என்பதற்கும் மத்தியில் உள்ள வேறுபாட்டைப் புரிந்துக் கொள்வது முக்கியம்.
$5 \in S$ ஆனால் $\{5\} \neq S$

8. சுருக்கம
i. கணம் S இல் உள்ள ஒவ்வோர் உறுப்பும் கணம் T இல் ஓர் உறுப்பு எனில், S என்பது T இன் ஓர் உட்கணம் ஆகும். இதை $S \subseteq T$
என எழுதலாம்.
ii. S ஆனது T இன் உட்கணமல்ல என்பதை
$S \nsubseteq T$ என்று எழுதலாம். இதன் பொருள் S இல் உள்ள குறைந்தது ஓர் உறுப்பாவது T இல் இல்லாமல் இருக்கும்.
iii. A மற்றும் B இரண்டு கணங்கள் எனில், மற்றும் A கணத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பும் B கணத்தின் உறுப்பாகும் எனில், B கணத்தை A கணத்தின் மிகைக் கணம்என்று அழைக்கலாம். இதனை, $B \supseteq A$ என்று எழுதலாம் .

iv. ஒவ்வொரு கணத்திற்கு, அந்த கணமும் மற்றும் வெற்றுக்கணமும் உட்கணங்கள் ஆகும்.
v. $A \subseteq B$ மற்றும் $B \subseteq A$ எனில், $A = B$ அஃதாவது, இரு கணங்களும் ஓர் கணத்தின் சமக் கணங்கள் ஆகும்.
vi. மெய்யெண்களின் கணம் $\{ y : a < y < b\}$ திறந்த இடைவெளி என்று கூறலாம். இதனை (a, b) என்று குறிப்பிடலாம்.
vii. முடிவு புள்ளிகளையும் உட்கொண்ட இடைவெளியை அடைப்பு இடைவெளி என்பர்.இதனை $[a, b]$ என்று குறிக்கலாம். ஆகையால் $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$
viii. $[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$ என்பது a வில் இருந்து b க்கு திறந்த இடைவெளி ஆகும். இது b யை தவிர்த்து a வை உள்ளடக்கியது
ix. $(a, b] = \{ x : a < x \leq b \}$ என்பது a வில் இருந்து b க்கு திறந்த இடைவெளி ஆகும். இது a வை தவிர்த்து b யை உள்ளடக்கியது .
x. S என்ற கணத்தின் அனைத்து உட்கணங்களையும் கொண்ட கணம், அக்கணத்தின் அடுக்குக் கணம் எனப்படும். இதனை P(S) எனக் குறிக்கலாம்.
xi. ஒரு கணம் 'n' உறுப்புக்களைக் கொண்டு இருக்குமேயானால், அதன் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கை 2n ஆகும்.
xii. ஒரு கணத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையே அக்கணத்தின் ஆதி எண் ஆகும்.S என்பது ஒரு முடிவுறுக் கணம் , n(S) என்னும் குறியீடு கணம் S இல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை குறிப்பதாகும்.