

1. Details of Module and its structure

Module Detail	
Subject Name	गणित
Course Name	गणित 01 (वर्ग XI, सहामाही - 1)
Module Name/Title	उपसंच आणि अधिसंच - भाग 2
Module Id	kemh_10102
Pre- requisite	संच ही संकल्पना समजून घेणे, संचाला यादी व गुणधर्म पद्धतीने प्रदर्शित करणे, संचाचे सांत, अनंत, रिक्त, एकघटक असे वर्णन करणे
Objectives	<p>या धड्याचा अभ्यास केल्यानंतर, विद्यार्थी खालील गोष्टी करण्यास सक्षम असतील:</p> <ul style="list-style-type: none">दिलेल्या संचाचे उपसंच लिहिणेदिलेल्या संचाच्या अंतरालास विवृत्त किंवा संवृत्त स्वरूपात दर्शविणेदिलेल्या संचाचा घात संच लिहिणेदिलेल्या संचाच्या उपसंचांची संख्या शोधणेसंचातील घटकांच्या संख्येवरून संचाच्या संख्यादर्शकतेस दर्शविणे
Keywords	उपसंच, अधिसंच, घात संच, अंतराल, संचाची संख्या दर्शकता

2. Development Team

Role	Name	Affiliation
National MOOC Coordinator (NMC)	Prof. Amarendra P. Behera	CIET, NCERT, New Delhi
Program Coordinator	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Course Coordinator (CC) / PI	Dr. Til Prasad Sarma	DESM, NCERT, New Delhi
Course Co-Coordinator / Co-PI	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Subject Matter Expert (SME)	Ms. Anjali Chhugani	Sanskriti School, New Delhi
Review Team	Dr. Sadhna Shrivastava	KVS, Faridabad, Haryana
Translator	Mr. Sourabh Bhunje	Techliebe, Santosh Nagar, Pune

अनुक्रमणिका:

1. संचाचा उपसंच
2. अधिसंच
3. उपसंचरूपी अंतराल
4. घात संच
5. दिलेल्या संचाच्या उपसंचांची संख्या
6. संचाची संख्यादर्शकता
7. सारांश

1. संचाचे उपसंच

वस्तूंच्या संचांना आणखी पुढे विभाजित केले जाते. उदाहरणार्थ घुबडे ही विशिष्ट प्रकारचे पक्षी आहेत, म्हणजेच प्रत्येक घुबड हेदेखील एक पक्षी आहे. घुबडांचा संच हा पक्षी संचाचा एक उपसंच आहे असे म्हणून आपण हे संचांच्या भाषेत व्यक्त करतो.

संच S ला अन्य संच T चा उपसंच असे म्हटले जाते, जर S मधील प्रत्येक घटक हा T चा एक घटक असेल. यास असे लिहिले जाते:

$S \subseteq T$ (हे 'S हा T चा उपसंच आहे' असे वाचा.)
 \subset या नवीन चिन्हाचा अर्थ 'चा उपसंच आहे' असा होतो.

त्यामुळे $\{ \text{घुबडे} \} \subset \{ \text{पक्षी} \}$ असे होईल कारण प्रत्येक घुबड हे एक पक्षी आहे.

त्याचप्रमाणे, जर $A = \{ 2, 4, 6 \}$ आणि $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ असेल, तर $A \subset B$ होईल, कारण A चा प्रत्येक घटक हा B चा एक घटक आहे.

'S हा T चा उपसंच नाही' हे वाक्य असे लिहिले जाते:

$S \not\subseteq T$

याचा अर्थ असा होतो की S चा किमान एक घटक हा T चा घटक नाही. उदाहरणार्थ,
 $\{ \text{पक्षी} \} \not\subseteq \{ \text{उडणारे जीव} \}$

कारण शहामृग हा एक पक्षी आहे, पण तो उडत नाही.

त्याचप्रमाणे, जर $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$ आणि $B = \{ 2, 3, 4, 5, 6 \}$ असेल, तर

$A \not\subseteq B$ होईल, कारण

$0 \in A$, पण $0 \notin B$.

संच स्वतः आणि रिक्त संच हे नेहमी उपसंच असतात.

कोणताही संघ S हा स्वतःचाच उपसंघ असतो कारण S चा प्रत्येक घटक हा S चा एक घटक असतो.

उदाहरणार्थ: { पक्षी } \subset { पक्षी } आणि

{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 } = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }.

याचप्रमाणे, रिक्त संघ \emptyset हा प्रत्येक संघ S चा एक उपसंघ असतो.

2. संचाचा अधिसंच

जर A आणि B हे दोन संघ असतील आणि संघ A चा प्रत्येक घटक हा संघ B चादेखील एक घटक असेल, तर B ला A चा अधिसंच म्हटले जाते आणि आपण त्यास $B \supseteq A$ असे लिहितो.

जर A आणि B हे दोन संघ असतील तसेच जर $A \subseteq B$ पण $B \not\subseteq A$, म्हणजेच $A \neq B$ असेल, तर A ला B चा उचित उपसंच असे म्हटले जाईल. 'C' हे चिन्ह उचित उपसंच दर्शविण्यासाठी वापरले जाते. चिन्हांकन स्वरूपात, आपण $A \subset B$ असे लिहितो.

3. समान संघ

सूचना:

कोणताही संघ स्वतःचा उचित उपसंच नसतो.

शून्य संघ किंवा \emptyset हा प्रत्येक संचाचा एक उचित उपसंच असतो.

उदाहरणार्थ: $A = \{p, q, r\}$

$B = \{p, q, r, s, t\}$

येथे A हा B चा उचित उपसंच आहे, कारण संघ A चे सर्व घटक हे संघ B मध्ये आहेत आणि $A \neq B$ देखील आहे.

या उपसंचांतील काही स्पष्ट संबंध असे आहेत:

$N \subset Z \subset Q, Q \subset R, T \subset R, N \not\subset T.$

सूचना:

जर $A \subseteq B$ आणि $B \subseteq A$ असेल, तर $A = B$ होईल, म्हणजेच ते समान संघ आहेत.

उदाहरणार्थ: $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{x : x \text{ ही एक 8 पेक्षा लहान असलेली सम नैसर्गिक संख्या आहे}\}$ असे गृहीत धरा.

येथे $A \subset B$ आणि $B \subset A$ आहे.

त्यामुळे, $A = B$ असे आपण म्हणू शकतो.

4. उपसंचरूपी अंतराल

$a, b \in \mathbb{R}$ आणि $a < b$ असे गृहीत धरा. मग वास्तव संख्यांच्या संच $\{y : a < y < b\}$ ला विवृत्त अंतराल असे म्हटले जाते आणि (a, b) द्वारे दर्शविले जाते.

a आणि b मधील सर्व बिंदू हे विवृत्त अंतराल (a, b) चा भाग आहेत पण स्वतः a, b हे या अंतरालाचा एक भाग नाहीत. ज्या अंतरालामध्ये अंत्यबिंदूदेखील समाविष्ट असतात त्यास संवृत्त अंतराल असे म्हटले जाते आणि $[a, b]$ द्वारे दर्शविले जाते.

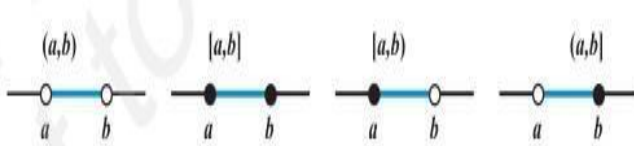
त्यामुळे, $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$

आपल्याकडे एका बाजूस संवृत्त असलेले आणि दुसऱ्या बाजूस विवृत्त असलेले अंतरालदेखील असू शकतात, म्हणजेच

$[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$ हा a पासून ते b पर्यंतचा एक विवृत्त अंतराल आहे, ज्यात a समाविष्ट आहे पण b वगळलेले आहे.

$(a, b] = \{x : a < x \leq b\}$ हा a पासून ते b पर्यंतचा एक विवृत्त अंतराल आहे, ज्यात b समाविष्ट आहे पण a वगळलेले आहे.

खाली दिलेल्या आकृतीत, वास्तव संख्यांरेषेवर \mathbb{R} चे उपसंच म्हणून वर नमूद केलेले विविध प्रकारचे अंतराल दर्शविलेले आहेत:



उदाहरणार्थ, गुणधर्म पद्धतीने लिहिलेला $\{x : x \in \mathbb{R}, -5 < x \leq 7\}$ हा संच $(-5, 7]$ अशाप्रकारे अंतरालाच्या स्वरूपात लिहिला जाऊ शकतो आणि $[-3, 5)$ अंतरालास $\{x : -3 \leq x < 5\}$ असे लिहिले जाऊ शकते.

सूचना : येथे न भरलेले वर्तुळ \bigcirc हे बिंदू समाविष्ट नाही असे दर्शविते आणि भरलेले वर्तुळ \bullet हे बिंदू समाविष्ट असल्याचे दर्शविते.

5. घात संच

आपण संचास घटकांचे एक संकलन म्हणून परिभाषित केले आहे. त्यामुळे जर S हा एक संच असेल तर S च्या सर्व संचांचे संकलन किंवा परिवाराला S चा घात संच असे म्हटले जाते आणि त्यास $P(S)$ असे दर्शविले जाते.

जर $S = \{a, b\}$ असेल तर S चा घात संच असा दर्शविला जातो:

$$P(S) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \emptyset\}$$

शून्य संच किंवा रिक्त संच \emptyset ज्यात स्वतःचे कोणतेही घटक नसतात, हादेखील घात संचाचा एक घटक असतो; याचे कारण म्हणजे तो सर्व संचांचा उपसंच असतो.

संच S हा स्वतःचा उपसंच असल्यामुळे तोदेखील घात संचाचा एक घटक असतो.

6. दिलेल्या संचाच्या उपसंचांची संख्या

जर एका संचात 'n' घटक असतील तर संचाच्या उपसंचांची संख्या 2^n असेल.

उदाहरणार्थ:

जर A {1, 3, 5} असेल, तर A चे सर्व संभाव्य उपसंच लिहा. त्यांची संख्या शोधा.
समाधान:

कोणताही घटक नसलेल्या A चा उपसंच \emptyset असेल
प्रत्येकी एक घटक असणारे A चे उपसंच {1} {3} {5} आहेत
प्रत्येकी दोन घटक असणारे A चे उपसंच {1, 3} {1, 5} {3, 5} आहेत

तीन घटक असणारा A चा उपसंच {1, 3, 5} आहे.

त्यामुळे, A चे सर्व संभाव्य उपसंच {}, {1}, {3}, {5}, {1, 3}, {1,5}, {3, 5}, {1, 3, 5} हे आहेत.

म्हणून, A च्या सर्व संभाव्य उपसंचांची संख्या 8 आहे म्हणजेच 2^3 आहे.

7. संचाची संख्यादर्शकता

संचाची संख्यादर्शकता म्हणजे त्या संचातील घटकांची संख्या होय.

जर S हा एक सांत संच असेल, तर $n(S)$ हे चिन्ह S संचातील घटकांच्या संख्येला परिभाषित करते.

उदाहरणार्थ: जर $S = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ असेल, तर $n(S) = 5$ येईल.

जर $A = \{ 1001, 1002, 1003, \dots, 3000 \}$ असेल, तर $n(A) = 2000$ येईल. जर $T = \{ \text{इंग्रजी वर्णमालेतील अक्षरे} \}$ असेल, तर $n(T) = 26$ असेल.

संच $S = \{ 5 \}$ हा एक घटकीय संच आहे कारण

$n(S) = 1$ आहे. संख्या 5 आणि संच $S = \{ 5 \}$ यामध्ये भेद करता येणे महत्त्वाचे आहे:

$5 \in S$ पण $\{5\} \neq S$

8. सारांश

i. संच S ला अन्य संच T चा उपसंच असे म्हटले जाते, जर S मधील प्रत्येक घटक हा T चा एक घटक असेल. यास $S \subseteq T$ असे लिहिले जाते

-
- ii. S हा T चा उपसंच नाही यास $S \not\subseteq T$ असे लिहिले जाते. याचा अर्थ असा होतो की S चा किमान 1 घटक हा T चा घटक नाही.
- iii. जर A आणि B हे दोन संच असतील आणि संच A चा प्रत्येक घटक हा संच B चादेखील एक घटक असेल, तर B ला A चा अधिसंच असे म्हटले जाते आणि आपण ते $B \supseteq A$ असे लिहितो.
- iv. संच स्वतः आणि रिक्त संच हे नेहमी उपसंच असतात.
- v. जर $A \subseteq B$ आणि $B \subseteq A$ असेल, तर $A = B$ असेल, म्हणजेच, ते एका संचाचे समान संच आहेत.
- vi. वास्तव संख्यांचा संच $\{y : a < y < b\}$ ला विवृत्त अंतराल असे म्हटले जाते आणि त्यास (a, b) द्वारे दर्शविले जाते
- vii. ज्या अंतरालात अंत्यबिंदूदेखील समाविष्ट असतात त्यास संवृत्त अंतराल असे म्हटले जाते आणि $[a, b]$ द्वारे दर्शविले जाते. त्यामुळे, $[a, b] = \{x : a \leq x \leq b\}$ होते.
- viii. $[a, b) = \{x : a \leq x < b\}$ हा a पासून ते b पर्यंतचा एक विवृत्त अंतराल आहे ज्यात a समाविष्ट आहे पण b वगळलेले आहे.
- ix. $(a, b] = \{x : a < x \leq b\}$ हा a पासून ते b पर्यंतचा एक विवृत्त अंतराल आहे ज्यात b समाविष्ट आहे पण a वगळलेले आहे.
- x. जर S हा एक संच असेल, तर S च्या सर्व उपसंचांच्या संकलन किंवा परिवारास S चा घात संच असे म्हटले जाते आणि त्यास $P(S)$ द्वारे दर्शविले जाते.
- xi. जर एका संचामध्ये 'n' घटक असतील, तर संचाच्या उपसंचांची संख्या 2^n असेल.
- xii. संचाची संख्यादर्शकता म्हणजे त्या संचातील घटकांची संख्या असते. जर S हा एक सांत संच असेल तर $n(S)$ हे चिन्ह S च्या घटकांची संख्या परिभाषित करते.