

1. મોડ્યુલની વિગતો અને માળખું:

મોડ્યુલની વિગતો	
વિષયનું નામ	ગણિત
અભ્યાસક્રમનું નામ	ગણિત 01 (ઘોરણ XI, સેમેસ્ટર - 1)
મોડ્યુલનું નામ/ શિર્ષક	ઉપગણ અને અધીગણ- ભાગ 2
મોડ્યુલની ઓળખ	kemh_10102
જરૂરીપૂર્વજ્ઞાન	ગણના ખ્યાલની સમજણ, યાદી અને ગુણધર્મની રીતે ગણની રજૂઆત, ગણની સાન્ત, અનંત, ખાલી, એકાકી પ્રકારોની ઓળખ.
ઉદ્દેશો	આ પાઠના અધ્યયન બાદ અધ્યયનકર્તાઓ નીચેની બાબતો કરી શકશે: <ul style="list-style-type: none">આપેલ ગણનો ઉપગણ લખવો.અંતરાલની રજૂઆત-સંવૃત અથવા વિવૃત, આપેલ ગણના ઉપગણ તરીકે.આપેલ ગણનો ઘાતગણ લખવો.આપેલ ગણના ઉપગણોની સંખ્યા શોધવી.ગણમાં આવેલ સભ્યોને આધારે ગણાંક શોધવો
પાયારૂપ શબ્દો	ઉપગણ, અધીગણ, ઘાતગણ, અંતરાલ, ગણાંક.

2. Development Team

Role	Name	Affiliation
National MOOC Coordinator (NMC)	Prof. Amarendra P. Behera	CIET, NCERT, New Delhi
Program Coordinator	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Course Coordinator (CC) / PI	Dr. Til Prasad Sarma	DESM, NCERT, New Delhi
Course Co-Coordinator / Co-PI	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Subject Matter Expert (SME)	Ms. Anjali Chhugani	Sanskriti School, New Delhi
Review Team	Dr. Sadhna Shrivastava	KVS, Faridabad, Haryana

અનુક્રમણિકા:

1. ગણનો ઉપગણ
2. ગણનો અધિગણ
3. ઉપગણ તરીકે અંતરાલ
4. ઘાતગણ
5. આપેલ ગણના ઉપગણોની સંખ્યા
6. ગણાંક
7. સારાંશ

1. ગણનો ઉપગણ

વસ્તુઓના ગણનું ઘણીવાર વિભાજન કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, ધુવડો એક નિશ્ચિત પ્રકારનાં પક્ષી છે, આમ ધુવડ પણ એક પક્ષી જ છે. આપણે આને ગણની ભાષામાં એવું કહીને રજૂ કરી શકીએ કે ધુવડો એ પક્ષીઓના ગણનો એક ઉપગણ છે.

જો ગણ S નો પ્રત્યેક ઘટક એ ગણ T નો પણ ઘટક હોય, તો ગણ S ને ગણ T નો ઉપગણ કહે છે. તેને $S \subseteq T$ રીતે લખાય (વંચાય: 'S એ T નો ઉપગણ છે'.)

સંકેત \subset નો અર્થ 'નો ઉપગણ છે' થાય.

આમ $\{\text{ધુવડો}\} \subset \{\text{પક્ષીઓ}\}$ કારણકે પ્રત્યેક ધુવડ એક પક્ષી છે.

તેજ રીતે, જો $A = \{2, 4, 6\}$ અને $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, તો $A \subset B$, કારણકે A નો પ્રત્યેક ઘટક એ B નો ઘટક છે.

વાક્ય 'S એ T નો ઉપગણ નથી' ને $S \not\subseteq T$ રીતે લખાય
આનો અર્થ એ છે કે S નો ઓછામાં ઓછો એક ઘટક T નો ઘટક નથી. ઉદાહરણ તરીકે,
 $\{\text{પક્ષીઓ}\} \not\subseteq \{\text{ઉડતા જીવો}\}$ કારણકે ઓસ્ટ્રીય એક પક્ષી છે પણ તે ઉડતું નથી.

તેજ રીતે, જો $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ અને $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ હોય, તો $A \not\subseteq B$, કારણકે $0 \in A$, પરંતુ $0 \notin B$.

પ્રત્યેક ગણ માટે, ગણ પોતે અને ખાલી ગણ એ તેના ઉપગણો છે.

કોઈપણ ગણ S એ પોતાનો ઉપગણ છે, કારણકે S નો પ્રત્યેક ઘટક એ S નો ઘટક છે.

ઉદાહરણ તરીકે: $\{\text{પક્ષીઓ}\} \subset \{\text{પક્ષીઓ}\}$ અને
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

વધુમાં, ખાલી \emptyset ગણ એ પ્રત્યેક ગણ S નો ઉપગણ છે.

2. ગણનો અધિગણ

જો A અને B બે ગણ હોય અને ગણ A નો પ્રત્યેક ઘટક, ગણ B નો પણ ઘટક હોય, તો B ને A નો અધિગણ કહેવાય, જેને આપણે $B \supseteq A$ રીતે લખીશું.

3. સમાન ગણ

જો A અને B બે ગણ હોય અને જો $A \subseteq B$ પરંતુ $B \not\subseteq A$ હોય, તો A ને B નો ઉચિત ઉપગણ કહે છે.

એટલે કે, $A \neq B$. ઉચિત ઉપગણ માટે 'C' સંકેત વપરાય છે. સંકેતમાં $A \subset B$ લખાય.

નોંધ:

કોઈપણ ગણ પોતાનો ઉચિત ઉપગણ નથી.

ખાલી ગણ અથવા \emptyset એ દરેક ગણનો ઉચિત ઉપગણ છે.

ઉદાહરણ તરીકે: $A = \{p, q, r\}$ $B = \{p, q, r, s, t\}$

અહીં A એ B નો ઉચિત ઉપગણ છે, કારણકે ગણ A ના તમામ ઘટકો ગણ B માં છે અને $A \neq B$.

ઉપગણોના કેટલાક જાણીતા સંબંધો:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}, \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}, \mathbb{T} \subset \mathbb{R}, \mathbb{N} \not\subset \mathbb{T}.$$

નોંધ:

જો $A \subseteq B$ અને $B \subseteq A$ હોય, તો $A = B$, એટલેકે તેઓ સમાન ગણ છે.

ઉદાહરણ તરીકે, $A = \{2, 4, 6\}$

$B = \{x: x \text{ એ } 8 \text{ થી નાની યુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યા}\}$

અહીં $A \subset B$ અને $B \subset A$. આમ આપણે કહી શકીએ કે $A = B$

4. ઉપગણ તરીકે અંતરાલ

ધારોકે $a, b \in \mathbb{R}$ અને $a < b$. તો વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ગણ $\{y: a < y < b\}$ ને **વિવૃત્ત અંતરાલ** કહે છે અને તેને સંકેતમાં (a, b) લખાય. a અને b વચ્ચેના તમામ બિંદુઓ વિવૃત્ત અંતરાલ (a, b) માં છે પરંતુ a અને b પોતે આ અંતરાલમાં નથી.

અંત્ય બિંદુઓને પણ સમાવતા હોય તેવા અંતરાલ ને **સંવૃત્ત અંતરાલ** કહે છે અને તેને સંકેતમાં લખાય $[a, b]$.

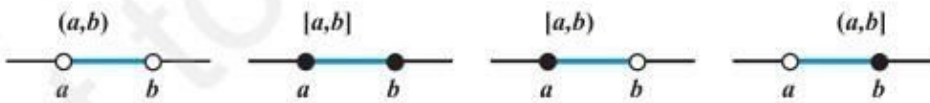
આમ $[a, b] = \{x: a \leq x \leq b\}$

એક છેડેથી સંવૃત્ત અને બીજા છેડેથી વિવૃત્ત હોય તેવા અંતરાલો પણ હોય છે.

એટલેકે, $[a, b) = \{x: a \leq x < b\}$ એ a થી b નો વિવૃત્ત અંતરાલ છે, જે a ને સમાવે છે પણ b ને સમાવતો નથી.

$(a, b] = \{x: a < x \leq b\}$ એ a થી b નો વિવૃત્ત અંતરાલ છે, જે b ને સમાવે છે પણ a ને સમાવતો નથી.

ઉપર વર્ણવેલ વિવિધ પ્રકારના \mathbb{R} ના ઉપગણ તરીકેના અંતરાલોને નીચેની આકૃતિમાં વાસ્તવિક સંખ્યારેખા પર દર્શાવેલ છે:



ઉદાહરણ તરીકે, ગુણધર્મની રીતે લખેલ ગણ $\{x: x \in \mathbb{R}, -5 < x \leq 7\}$, ને અંતરાલ સ્વરૂપમાં $(-5, 7]$ રીતે અને $\{x: -3 \leq x < 5\}$ ને અંતરાલ $[-3, 5)$ લખાય.

નોંધ: અહીં વર્તુળ \bigcirc દર્શાવે છે કે તે બિંદુનો સમાવેશ થતો નથી અને વર્તુળ \bullet દર્શાવે છે કે તે બિંદુનો સમાવેશ થાય છે.

5. ઘાતગણ

આપણે ગણને તેના સભ્યોના સમૂહ તરીકે વ્યાખ્યાયિત કરેલ છે. આમ, જો S એક ગણ હોય, તો ના તમામ ઉપગણોના સમૂહ અથવા પરિવારને S નો ઘાતગણ કહે છે અને તેને $P(S)$ દ્વારા દર્શાવાય છે.

જો $S = \{a, b\}$ તો S નો ઘાતગણ $P(S) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \emptyset\}$ થાય.

જેને પોતાનો એકપણ સભ્ય ન હોય તેવો રિક્તગણ અથવા ખાલીગણ \emptyset પણ ઘાતગણનો એક ઘટક છે કારણકે તે તમામ ગણનો ઉપગણ છે.

ગણ S પોતે પોતાનો ઉપગણ હોવાથી તે પણ ઘાતગણ નો ઘટક છે.

6. આપેલ ગણના ઉપગણોની સંખ્યા

જો ગણમાં 'n' ઘટકો હોય, તો ગણના ઉપગણોની સંખ્યા 2^n થાય.

ઉદાહરણ તરીકે:

જો $A = \{1, 3, 5\}$ હોય, તો A ના શક્ય તમામ ઉપગણો લાખો. તેમની સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ:

A એકપણ ઘટક ન ધરાવતો ઉપગણ \emptyset છે.

A ના એક ઘટક ધરાવતા ઉપગણો $\{1\}$ $\{3\}$ $\{5\}$ છે.

A ના બે ઘટકો ધરાવતા ઉપગણો $\{1, 3\}$ $\{1, 5\}$ $\{3, 5\}$ છે.

A ના ત્રણ ઘટકો ધરાવતો ઉપગણ $\{1, 3, 5\}$ છે.

આમ, A ના શક્ય તમામ ઉપગણો $\{\}$, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 5\}$, $\{3, 5\}$, $\{1, 3, 5\}$ છે. તેથી, A ના શક્ય તમામ ઉપગણોની સંખ્યા 8 છે જે 2^3 બરાબર છે.

7. ગણાંક

ગણાંક એ ગણના ઘટકોની સંખ્યા છે.

જો S એ સાંત ગણ હોય, તો S ના ઘટકોની સંખ્યા માટે $n(S)$ સંકેત વપરાય છે.

ઉદાહરણ તરીકે: જો $S = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, તો $n(S) = 5$.

જો $A = \{1001, 1002, 1003, \dots, 3000\}$, તો $n(A) = 2000$.

જો $T = \{\text{અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોના અક્ષરો}\}$, તો $n(T) = 26$.

ગણ $S = \{5\}$ એકાકી ગણ છે કારણકે $n(S) = 1$. સંખ્યા 5 અને ગણ $S = \{5\}$ વચ્ચે ભેદ પારખવો મહત્વનું છે:

$$5 \in S \text{ પણ } \{5\} \notin S$$

8. સારાંશ

- જો S ગણ નો દરેક ઘટક એ ગણ T નો ઘટક હોય, તો ગણ S ને ગણ T નો ઉપગણ કહે છે. તેને $S \subseteq T$ લખાય.
- 'S એ T નો ઉપગણ નથી' તેને $S \not\subseteq T$ લખાય. આનો અર્થ એ થાય કે S નો ઓછામાં ઓછો એક ઘટક એ T નો ઘટક નથી.
- જો A અને B બે ગણ હોય, અને ગણ A નો પ્રત્યેક ઘટક એ ગણ B નો પણ ઘટક હોય તો B ને A નો અધિગણ કહે છે. અને તેને $B \supseteq A$ લખાય. Itself
- પ્રત્યેક ગણ માટે, ગણ પોતે અને ખાલી ગણ એ તેના ઉપગણો છે.
- જો $A \subseteq B$ અને $B \subseteq A$ હોય, તો $A = B$, એટલેકે તેઓ સમાન ગણ છે.
- વાસ્તવિક સંખ્યાઓના ગણ $\{y: a < y < b\}$ ને વિવૃત્ત અંતરાલ કહે છે અને તેને સંકેતમાં (a, b) લખાય.
- અંત્ય બિંદુઓને પણ સમાવતા હોય તેવા અંતરાલ ને સંવૃત્ત અંતરાલ કહે છે અને તેને સંકેતમાં લખાય $[a, b]$. આમ $[a, b] = \{x: a \leq x \leq b\}$
- $[a, b) = \{x: a \leq x < b\}$ એ a થી b નો વિવૃત્ત અંતરાલ છે, જે a ને સમાવે છે પણ b ને સમાવતો નથી.
- $(a, b] = \{x: a < x \leq b\}$ એ a થી b નો વિવૃત્ત અંતરાલ છે, જે b ને સમાવે છે પણ a ને સમાવતો નથી.
- જો S એક ગણ હોય, તો ના તમામ ઉપગણોના સમૂહ અથવા પરિવારને S નો ઘાતગણ કહે છે અને તેને $\mathbf{P(S)}$ દ્વારા દર્શાવાય છે.
- જો ગણમાં 'n' ઘટકો હોય, તો ગણના ઉપગણોની સંખ્યા 2^n થાય.
- ગણાંક એ ગણના ઘટકોની સંખ્યા છે. જો S એ સાંત ગણ હોય, તો S ના ઘટકોની સંખ્યા માટે $\mathbf{n(S)}$ સંકેત વપરાય છે.