1. মডিউলের বিবরণ এবং গঠন

মডিউলের বিবরণ	
বিষয়	Mathematics
কোর্সের নাম	Mathematics 01 (Class - XI, Semester - 1)
মডিউলের নাম	উপসেট এবং অধিসেট : পার্ট – 2
মডিউল Id	kemh_10102
প্রয়োজনীয় পূর্ব ধারণা	সেটের ধারনা; সেট প্রকাশের তালিকাবদ্ধ এবং সেট গঠন আকারের ধারনা; সসীম, অসীম, শূন্যসেট, একক উপাদান সেটের ধারনা
পাঠ-ভিত্তিক উদ্দেশ্য	এই পাঠ শেষে শিক্ষার্থী নিচের বিষয়গুলিতে পারদর্শী হবেন – ● কোন প্রদত্ত সেটের উপসেটগুলি লিখতে পারবেন। ● কোন প্রদত্ত সেটের উপসেট হিসেবে অন্তরের প্রকাশ করতে পারবেন এবং সেটি মুক্ত বা বদ্ধ অন্তর - তা নির্ধারণ করতে সমর্থ হবেন। ● কোন প্রদত্ত সেটের পাওয়ার সেট লিখতে পারবেন। ● কোন প্রদত্ত সেটের উপসেটের সংখ্যা নির্ণয় করতে পারবেন। ● সেটের উপাদান সংখ্যার নিরিখে সেটের কার্ডিনালিটি নির্ণয় করতে পারবেন।
মুখ্য শব্দ	উপসেট, অধিসেট, পাওয়ার সেট, অন্তর, সেটের কার্ডিনালিটি

2. পাঠ উন্নয়নের সদস্যগণ (ডেভেলপমেন্ট দল)

বিভাগ	নাম	সংস্থা
ন্যাশানাল এম.ও.ও.সি কোঅর্ডিনেটর	প্রফেসর অমরেন্দ্র পি.বেহেরা	CIET, NCERT, নিউ দিল্লি
প্রোগ্রাম কোঅর্ডিনেটর	ডঃ মহম্মদ মামুর আলি	CIET, NCERT, নিউ দিল্লি
কোর্স কোঅর্ডিনেটর (সি. সি) /পি.আই	ডঃ তিল প্রসাদ শর্মা	DESM, NCERT, নিউ দিল্লি
কোর্স কো-কোঅর্ডিনেটর / সি.ও.-পি.আই	ডঃ মহম্মদ মামুর আলি	CIET, NCERT, নিউ দিল্লি
সাবজেক্ট ম্যাটার এক্সপার্ট (এস. এম. ই)	শ্রীমতী অঞ্জলি ছুগানি	সংস্কৃতি স্কুল, নিউ দিল্লি
রিভিউ টিম	ডঃ সাধনা শ্রীবাস্তব	কে. ভি. এস, ফরিদাবাদ, হরিয়ানা
অনুবাদক	বিশ্বজিৎ সরকার	গবেষণা পণ্ডিত, শিক্ষা বিভাগ, কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়, কলকাতা (ডব্লিউ.বি)

সূচীপত্র :

3. সমান সেট
4. উপসেট হিসাবে অন্তরের ধারণা
5. পাওয়ার সেট
6. সেটের উপসেটের সংখ্যা
7. সেটের কার্ডিনালিটি
8. সারসংক্ষেপ

1.উপসেট

বস্তুর সেটকে আবার কয়েকটি ভাগে ভাগ করা যায়। যেমন পেঁচা হল একধরনের পাখী, তাই সব পেঁচা হল পাখী শ্রেণী ভুক্ত। তাই বিষয়টিকে সেটের ভাষায় বলা যায়, সকল পেঁচার সেট হল সমস্ত পাখির সেটের একটি উপসেট।

কোন সেট S কে আমরা T সেটের উপসেট বলব, যদি S সেটের সব উপাদান, T সেটের উপাদান হয়। সেক্ষেত্রে আমরা লিখব ,

$S \subseteq T$ (এইভাবে পড়বো যে, " S হল T এর উপসেট ")

" $\subseteq$ " চিহ্নটি " - হল একটি উপসেট" বাক্যাংশকে নির্দেশ করে।

সুতরাং, {সকল পেঁচা} $\subseteq$ {সকল পাখি}

একই ভাবে, যদি $A = \{2, 4, 6\}$ এবং $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ হয়, তাহলে $A \subseteq B$, কারণ A-এর প্রতিটি উপাদানই হল B-এর উপাদান।

আবার, "**S , T-এর উপসেট নয়**" উক্তিটিকে লেখা যায়,

$S \not\subset T$

অর্থাৎ, S সেটে কমপক্ষে একটি উপাদান থাকবে, যেটা T সেটে নেই। উদাহরণ হিসাবে,

{সকল পাখি} $\not\subset$ {সকল উড়ন্ত জীব}

কারণ, উটপাখি একটি পাখি হলেও উড়তে পারে না।

একইভাবে, যদি $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ এবং $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ হয়, তাহলে $A \not\subset B$ হবে। কারণ $0 \in A$, কিন্তু $0 \notin B$ ।

কোন সেট সর্বদা নিজে নিজের উপসেট হবে এবং শূন্য সেট সর্বদা যেকোনো সেটের উপসেট হবে।

কোন সেট S নিজে নিজের উপসেট হয়, কারণ S -এর সকল উপাদানই, S -এর উপাদান হয়।

উদাহরণ :– {সকল পাখি} $\subseteq$ {সকল পাখি} এবং

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

এছাড়া, শূন্য সেট Φ যেকোনো সেট S -এর উপসেট হবে।

2. অধিসেট

যদি A ও B দুটি সেট এইরূপ হয় যে A এর সকল উপাদান, B সেটের উপাদান হয়, তখন B -কে A -এর অধিসেট বলা হয় এবং লেখা হবে $B \supseteq A$ ।

3. সমান সেট

যদি A ও B দুটি সেট এইরূপ হয় যে $A \subseteq B$ কিন্তু $B \not\subset A$,তখন A কে B -এর যথার্থ উপসেট বলা হবে। অর্থাৎ , সেক্ষেত্রে $A \neq B$ ।

যথার্থ উপসেট বোঝাতে " ⊂ " চিহ্নটি ব্যবহার করা হবে।সুতরাং, চিহ্নের সাহায্যে লেখা যায়, $A \subset B$ **।**

বিশেষ দ্রষ্টব্য : -

- কোন সেট তার নিজের যথার্থ উপসেট হতে পারে না।
- শূন্য সেট Φ যেকোনো সেট S -এর যথার্থ উপসেট হবে।

উদাহরণ **: -** $A = \{p, q, r\}$

$$B = \{p, q, r, s, t\}$$

এখানে A হল B -এর একটি যথার্থ উপসেট কারণ A এর সকল উপাদান, B সেটের উপাদান হয় এবং $A \neq B$ ।

কয়েকটি যথার্থ উপসেটের সম্পর্ক হল **: -**

$$N \subset Z \subset Q, Q \subset R, T \subset R, N \not\subset T$$

বিশেষ দ্রষ্টব্য : -

যদি $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$, তাহলে $A = B$ হবে ,অর্থাৎ সেট দুটি সমান সেট হবে।

উদাহরণ স্বরূপ, ধরি $A = \{2, 4, 6\}$ এবং B = {x: x হল 8 -এর থেকে ছোট জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা}

এখানে $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$ ।

সুতরাং, আমরা বলতে পারি , $A = B$

4. উপসেট হিসাবে অন্তরের ধারণা

ধরি $a, b \in R$ এবং $a < b$, তাহলে বাস্তব সংখ্যার সেট $\{y : a < y < b\}$ -কে **মুক্ত অন্তর** বলা হবে এবং এটিতে (a, b) দ্বারা প্রকাশ করা হবে। a এবং b এর মধ্যবর্তী সব বিন্দুগুলি (বাস্তব সংখ্যাগুলি) মুক্ত অন্তর (a, b) এর মধ্যে থাকবে কিন্তু a, b ঐ অন্তরের অন্তর্ভুক্ত নয়।

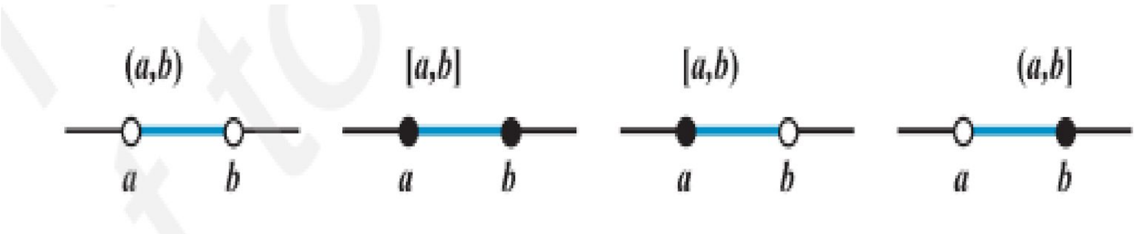
যে অন্তরে শুধু a এবং b এর মধ্যবর্তী সব বিন্দুগুলিই নয়, প্রান্তবিন্দুদ্বয় a ও b অন্তর্ভুক্ত থাকে, তাকে **বদ্ধ অন্তর** বলে এবং এটিতে $[a, b]$ দ্বারা প্রকাশ করা হবে। অর্থাৎ , $[a, b] = \{x : a \le x \le b\}$

এছাড়া, দুটি অন্তর রয়েছে যাদের একটি প্রান্ত বদ্ধ এবং অপর প্রান্ত মুক্ত,

অর্থাৎ , $[\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \{x : a \le x < b\}$ হল a থেকে b -এর এমন একটি অন্তর যাতে একটি প্রান্তবিন্দু a রয়েছে কিন্তু অপর প্রান্তবিন্দু b নেই।

আবার, $(\mathbf{a}, \mathbf{b}] = \{x : a < x \le b\}$ হল a থেকে b -এর এমন একটি অন্তর যাতে একটি প্রান্তবিন্দু b রয়েছে কিন্তু অপর প্রান্তবিন্দু a নেই।

সংখ্যারেখার উপর বিভিন্ন প্রকারের অন্তর হল R-এর উপসেট, যাদের নিচের চিত্রে দেখানো হল –



উদাহরণ স্বরূপ, সেট গঠন আকারের $\{x : x \in R, -5 < x \le 7\}$ সেটটিকে অন্তরের আকারে প্রকাশ করলে হবে $(-5, 7]$ এবং $[-3, 5)$ অন্তর কে সেট গঠন আকারে $\{x : x \in R, -3 \le x < 5\}$ প্রকাশ করা যায়।

বিশেষ দ্রষ্টব্য : -

এখানে ছায়া চিহ্নিত বৃত্ত " ● ", বিন্দুটি অন্তর্ভুক্ত বোঝাচ্ছে এবং ছায়া বিহীন বৃত্ত " ○ ", বিন্দুটি অন্তর্ভুক্ত নয় - তা বোঝাচ্ছে।

5. পাওয়ার সেট

আমরা সেটকে তার উপাদানের একটি সামগ্রিক সংগ্রহ হিসাবে সংজ্ঞায়িত করেছি। কোন সেট S -এর সকল উপসেট গুলির সামগ্রিক সংগ্রহকে ঐ সেটের পাওয়ার সেট বলা হবে এবং এটিকে **P**(S) দ্বারা প্রকাশ করা হবে।

যদি $S=\{a,b\}$ হয়, তাহলে তার পাওয়ার সেট হবে

$$\mathbf{P}(S)=\{\{a\},\{b\},\{a,b\},\Phi\}$$

যদিও শূন্য সেটের নিজস্ব কোন উপাদান নেই, কিন্তু শূন্য সেট হল পাওয়ার সেটের একটি উপাদান। কারণ, শূন্য সেট যেকোন সেটের উপসেট হয়।
আবার যেহেতু, কোন সেট S, নিজে নিজেরই উপসেট, S হল তার পাওয়ার সেটের একটি উপাদান।

6. সেটের উপসেটের সংখ্যা

যদি কোন সেটের উপাদান সংখ্যা n হয়, তাহলে তার উপসেটের সংখ্যা 2^n হবে।

উদাহরণ : -

যদি $A=\{1,3,5\}$, তাহলে A -এর সকল সম্ভাব্য উপসেটগুলি লেখ এবং উপসেট সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধান –

A **-**এর উপসেট যার কোন উপাদান নেই , সেটি হল Φ ।

A **-**এর উপসেট যাদের একটি করে উপাদান আছে,সেগুলি হল $\{1\},\{3\},\{5\}$

A **-**এর উপসেট যাদের দুটি করে উপাদান আছে,সেগুলি হল $\{1,3\},\{1,5\},\{3,5\}$

A **-**এর উপসেট যাদের তিনটি উপাদান আছে, সেটি হল $\{1,3,5\}$

সুতরাং, A -এর সকল সম্ভাব্য উপসেটগুলি হল – Φ , $\{1\},\{3\},\{5\}$, $\{1,3\},\{1,5\},\{3,5\}$, $\{1,3,5\}$

অতএব , A –এর উপসেট সংখ্যা হল ৪ অর্থাৎ 2^3 ।

7. সেটের কার্ডিনালিটি

সেটের কার্ডিনালিটি বলতে ঐ সেটের উপাদান সংখ্যাকে বোঝায়।

যদি S একটি সসীম সেট হয়, তাহলে ঐ সেটের উপাদান সংখ্যাকে **n(S)** দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

উদাহরণ : - যদি S = {1, 3, 5, 7, 9}, তাহলে n(S) = 5

যদি A = {1001, 1002, 1003, …, 3000}, তাহলে n(A) = 2000

যদি T = {1, 3, 5, 7, 9}, তাহলে n(T) = 26

আবার, S = {5} সেটটি হল একক উপদান সেট, কারণ n(S) = 1

এই বিষয়ে এটি খুব গুরুত্বপূর্ণ যে, 5 সংখ্যা এবং S = {5} দুটি আলাদা। কারণ-

$$5 \in S \text{ কিন্তু } \{5\} \neq S$$

8. সারসংক্ষেপ

i. একটি সেট S কে আমরা অপর একটি সেট T এর উপসেট বলব, যদি S সেটের সব উপাদান, T সেটের উপাদান হয়। এটিকে আমরা লিখব $S \subseteq T$

ii. যদি S সেটে কমপক্ষে একটি উপাদান থাকে, যেটা T সেটে নেই, তাহলে S কে T এর উপসেট বলা যাবে না । সেক্ষেত্রে, আমরা লিখব $S \not\subset T$

iii. যদি A ও B দুটি সেট এইরূপ হয় যে A- এর সকল উপাদান, B সেটের উপাদান হয়, তখন B -কে A -এর অধিসেট বলা হয় এবং এটি কে আমরা লিখব $B \supseteq A$ ।

iv. কোন সেট সর্বদা নিজে নিজের উপসেট হবে এবং শূন্য সেট সর্বদা যেকোনো সেটের উপসেট হবে।

v. যদি $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$, তাহলে $A = B$ হবে ,অর্থাৎ সেট দুটি সমান সেট হবে।

vi. বাস্তব সংখ্যার সেট $\{y: a < y < b\}$ -কে মুক্ত অন্তর বলা হবে এবং এটিতে (a,b) দ্বারা প্রকাশ করা হবে।

vii. যে অন্তরে শুধু a এবং b এর মধ্যবর্তী সব বিন্দুগুলিই নয়, প্রান্তবিন্দুদ্বয় a ও b অন্তর্ভুক্ত থাকে, তাকে বদ্ধ অন্তর বলে এবং এটিতে $[a,b]$ দ্বারা প্রকাশ করা হবে। অর্থাৎ , $[a,b]=\{x: a \leq x \leq b\}$

viii. $[a,b)=\{x: a \leq x < b\}$ হল a থেকে b -এর এমন একটি অন্তর যাতে একটি প্রান্তবিন্দু a রয়েছে কিন্তু অপর প্রান্তবিন্দু b নেই।

ix. $(a, b]=\{x: a<x \leq b\}$ হল a থেকে b -এর এমন একটি অন্তর যাতে একটি প্রান্তবিন্দু b রয়েছে কিন্তু অপর প্রান্তবিন্দু a নেই।

x. কোন সেট S -এর সকল উপসেট এর সামগ্রিক সংগ্রহকে ঐ সেটের পাওয়ার সেট বলা হবে এবং এটিকে P(S) দ্বারা প্রকাশ করা হবে।

xi. যদি কোন সেটের উপাদান সংখ্যা n হয়, তাহলে তার উপসেটের সংখ্যা 2^n হবে।

xii. সেটের কার্ডিনালিটি বলতে ঐ সেটের উপাদান সংখ্যাকে বোঝায়। যদি S একটি সসীম সেট হয়, তাহলে ঐ সেটের উপাদান সংখ্যাকে n(S) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

xiii. একটি সেট S কে আমরা অপর একটি সেট T এর উপসেট বলব, যদি S সেটের সব উপাদান, T সেটের উপাদান হয়। এটিকে আমরা লিখব $S \subseteq T$

xiv. যদি S সেটে কমপক্ষে একটি উপাদান থাকে, যেটা T সেটে নেই, তাহলে S কে T এর উপসেট বলা যাবে না । সেক্ষেত্রে, আমরা লিখব $S \not\subset T$

xv. যদি A ও B দুটি সেট এইরূপ হয় যে A- এর সকল উপাদান, B সেটের উপাদান হয়, তখন B -কে A -এর অধিসেট বলা হয় এবং এটি কে আমরা লিখব $B \supseteq A$ ।

xvi. কোন সেট সর্বদা নিজে নিজের উপসেট হবে এবং শূন্য সেট সর্বদা যেকোনো সেটের উপসেট হবে।

xvii. যদি $A \subseteq B$ এবং $B \subseteq A$, তাহলে $A=B$ হবে ,অর্থাৎ সেট দুটি সমান সেট হবে।

xviii. বাস্তব সংখ্যার সেট $\{y: a<y<b\}$ -কে মুক্ত অন্তর বলা হবে এবং এটিতে (a, b) দ্বারা প্রকাশ করা হবে।

xix. যে অন্তরে শুধু a এবং b এর মধ্যবর্তী সব বিন্দুগুলিই নয়, প্রান্তবিন্দুদ্বয় a ও b অন্তর্ভুক্ত থাকে, তাকে বদ্ধ অন্তর বলে এবং এটিতে $[a, b]$ দ্বারা প্রকাশ করা হবে। অর্থাৎ , $[a, b]=\{x: a \leq x \leq b\}$

xx. $[a, b)=\{x: a \leq x<b\}$ হল a থেকে b -এর এমন একটি অন্তর যাতে একটি প্রান্তবিন্দু a রয়েছে কিন্তু অপর প্রান্তবিন্দু b নেই।

xxi. $(a, b]=\{x: a<x \leq b\}$ হল a থেকে b -এর এমন একটি অন্তর যাতে একটি প্রান্তবিন্দু b রয়েছে কিন্তু অপর প্রান্তবিন্দু a নেই।

xxii. কোন সেট S -এর সকল উপসেট এর সামগ্রিক সংগ্রহকে ঐ সেটের পাওয়ার সেট বলা হবে এবং এটিকে P(S) দ্বারা প্রকাশ করা হবে।

xxiii. যদি কোন সেটের উপাদান সংখ্যা n হয়, তাহলে তার উপসেটের সংখ্যা 2^n হবে।

xxiv. সেটের কার্ডিনালিটি বলতে ঐ সেটের উপাদান সংখ্যাকে বোঝায়। যদি S একটি সসীম সেট হয়, তাহলে ঐ সেটের উপাদান সংখ্যাকে n(S) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।