1. మాడ్యూల్ మరియు దాని నిర్మాణం యొక్క వివరాలు

మాడ్యూల్ వివరాలు	
విషయం పేరు	గణితం
కోర్సు పేరు	గణితం 01 (తరగతి XI, సెమిస్టర్ - 1)
మాడ్యూల్ పేరు / శీర్షిక	సమితుల ప్రాతినిధ్య రూపాలు - 1వ భాగం
మాడ్యూల్ ID	kemh_10101
పూర్వ భావనలు	సారూప్యత ఆధారం గా వస్తువులు మరియు సంఖ్య లను సమూహాలుగా వేరు చేయడం.
లక్ష్యాలు	ఈ పాఠం అభ్యసనం తర్వాత, విద్యార్థులు క్రింది వాటిని చేయగలరు: ● సారూప్యత కలిగిన వస్తువులు మరియు సంఖ్యలను సమితుల రూపంలోకి రాయగలరు. ● ఏదైనా సమితిని జబితా రూపం లో మరియు నిర్మాణ రూపం లో రాయగలరు. ● సమితులను సమాన, అసమాన మరియు వియుక్త సమితులుగా పోల్చగలరు . ● ఒక సమితిని పరిమిత లేదా అపరిమిత సమితిగా వివరించగలరు ● శూన్య సమితి మరియు ఏక మూలక సమితి భావన లను అవగాహన చేసుకోగలరు.
కీలకపదాలు	సమితి నిర్మాణ రూపం, జాబితా రూపాలలో ప్రాతినిధ్య పరచడం. సమాన సమితి, వియుక్త సమితి, పరిమిత సమితి,అపరిమిత సమితి, శూన్య సమితి, ఏక్ల మూలక సమితి

2. అభివృద్ధి బృందం

పాత్ర	పేరు	అనుబంధం
జాతీయ MOOC కోఆర్డినేటర్ (NMC)	ప్రొఫెసర్ అమరేంద్ర పి. బెహెరా	CIET, NCERT, New Delhi
ప్రోగ్రాం కోఆర్డినేటర్	డాక్టర్ మహమ్మద్ మమూర్ ఆలీ	CIET, NCERT, New Delhi
కోర్సు సమన్వయకర్త (CC) / PI	డాక్టర్ తిల్ ప్రసాద్ శర్మ	DESM, NCERT, New Delhi
కోర్సు కో-ఆర్డినేటర్ / Co PI	డాక్టర్ మొహమ్మద్. మామూర్ అలీ	CIET, NCERT, New Delhi

విషయ నిపుణులు (ఎస్ఎంఇ)	శ్రీమతి అంజలి చుగాని	Sanskriti School, New Delhi
సమీక్ష బృందం	డాక్టర్ సాధనా శ్రీవాస్తవ	KVS, Faridabad, Haryana

విషయ సూచిక:

1. పరిచయం
2. సమితి ని వివరించడం మరియు పేరు పెట్టడం
3. సమ సమితులు
4. వియుక్త సమితులు
5. పరిమిత మరియు అపరిమిత సమితులు
6. శూన్య సమితి
7. ఏక మూలక సమితి
8. సారాంశం

1. పరిచయం

<u>విభిన్నమైన దాన్ని గుర్తించండి</u>

1. కుందేలు, జింక, **పులి**, జిరాఫీ, ఏనుగు

2. 2, 3, 17, 19, **9,** 23

3. a, e, i, **d**, o, u

4. 1, 2, 3, 4, 6, 8 , **15**, 24

5. గంగా, యమునా, **<u>నైలు</u>**, నర్మదా, కావేరి

పై ఉదాహరణలలో, విభిన్నమైన వాటిని హైలైట్ చేశారు. హైలైట్ చేసిన వస్తువులు కాకుండా, మిగిలిన వస్తువులు కొన్ని సారూప్యతలను పంచుకుంటాయని మీరు గమనించవచ్చు

ఉదాహరణకు,

1. 'టైగర్' మినహా మిగతా జంతువులన్నీ శాకాహారుల జంతువు
2. '9' మినహా మిగతా అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు.
3. 'd' మినహా మిగతా అన్ని వర్ణమాలలు ఆంగ్ల అచ్చులు.
4. '15' మినహా మిగతా అన్ని సంఖ్యలు 24 కారణాంకాలు.
5. 'నైలు' తప్ప మిగిలినవి భారతదేశ నదులు.

పైన పేర్కొన్న ప్రతి ఉదాహరణలో మనం ఇచ్చిన నిర్దిష్ట వస్తువు ఇచ్చిన సముదాయానికి చెందినదా కాదాఖచ్చితంగా నిర్ణయించగలము. కావున వస్తువుల సముదాయం సునిర్వచితం అని చెప్పగలం.

మరొక ఉదాహరణ ను గమనిస్తే. "అత్యంత ప్రపంచ ప్రఖ్యాత గణిత శాస్త్రవేత్తల ఐదు గురి పేర్ల యొక్క సముదాయం" సునిర్వచితం కాదు ఎందుకంటే, 'అత్యంత ప్రఖ్యాత ఒక గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు' నిర్ణయించడానికి ప్రమాణం వ్యక్తి నుండి మరొక వ్యక్తికి మారుతుంది.

.అందువలన, ఇది బాగా నిర్వచించబడిన సముదాయం కాదు.

సునిర్వచిత వస్తు సముదాయాలను సమితులు అని అంటారు.

గణితంలో ముఖ్యంగా ఉపయోగించే సమితుల యొక్క మరికొన్ని క్రింద ఇవ్వబడిన ఉదాహరణలను గుర్తుకు తెచ్చుకోండి..

N : అన్ని సహజ సంఖ్యల సమితి

Z : అన్ని పూర్ణాంకాల సమితి

Q : అన్ని అకరణీయ సంఖ్యల సమితి

R: అన్ని వాస్తవ సంఖ్యల సమితి

Z + : ధన పూర్ణాంకాల సమితి

Q + : ధన అకరణీయ సంఖ్యల సమితి మరియు

R + : ధన వాస్తవ సంఖ్యల సమితి

2. సమితులనును వివరించడం మరియు పేరు పెట్టడం

సమితి కేవలం వస్తువుల సముదాయం, అయితే   సమితుల గురించి సముచితంగా మాట్లాడగలిగేలా మనకు కొన్ని కొత్త పదాలు, చిహ్నాలు మరియు చిత్రాలు అవసరం ఉంటుంది. మన సాధారణ భాషలో,సేకరణలను వర్గీకరించడం ద్వారా మనం జీవిస్తున్న ప్రపంచాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి ప్రయత్నిస్తాము. అలాంటి సముదాయాలకు తెలుగు లో చాలా పదాలు ఉన్నాయి. ఉదాహరణకు వివిధ జీవుల సమూహాల గురించి మాట్లాడే క్రమం లో 'పక్షుల సమూహం', 'పశువుల మంద', 'తేనెటీగల తెట్టె' మరియు 'చీమల దండు' అని సంబోధిస్తాం.

గణితంలో మనం ఇదే విధమైన పనిని చేస్తాం. సంఖ్యలు, రేఖాగణిత అకారాలు మరియు ఇతర విషయాలను వివిధ సమూహాలుగా వర్గీకరిస్తాము మరియు వాటిని సమితులుగా పిలుస్తాం. ఈ సమితులలోని వస్తువులను సమితి యొక్క మూలకాలు అంటారు.

సమితి వివరణ

- ఒక సమితిలోని అన్ని మూలకాలను రాయడం ద్వారా సమితిని చూపవచ్చు.

  ఉదాహరణకు, S = {1, 3, 5, 7, 9},

  దీనిని మనం 'S' అని చదువుతాము, దీనిలోని మూలకాలు 1, 3, 5, 7 మరియు 9.

ఈ సమితి యొక్క ఐదు మూలకాలను కామాలతో వేరు చేసి { } బ్రాకెట్లలో (curly brackets) చూపబడినాయి.

సమితిని ఈ విధంగా చూపే విధానాన్ని **రోస్టర్ రూపం లేదా జాబితా రూపం అంటారు**.

- సమితిని { } బ్రాకెట్లలో (curly brackets) దాని మూలకాల వివరణ/ నిర్వచనం రాయడం ద్వారా కూడా వివరించవచ్చు

  పైన చెప్పబడిన సమితి S ని ఈ క్రింది విధంగా కూడా వ్రాయవచ్చు

  S= {10 కన్నా తక్కువైన బేసి పూర్ణాంకాలు}

  దీనిని '10 కన్నా తక్కువైన బేసి పూర్ణాంకాలున్న సమితి S ' అని చదువుతాము.

సమితిని ఈ విధంగా చూపే విధానాన్ని **సమితి నిర్మాణ రూపం అంటారు**. సమితి సునిర్వచితం గా ఉండాలి. అంటే సమితి యొక్క మూలకాల గురించి మా వివరణ స్పష్టంగా మరియు సందేహరహితంగా ఉండాలని దీని అర్థం. ఉదాహరణకు, {పొడవైన వ్యక్తులు} సమితి కాదు ఎందుకంటే ప్రజలు 'పొడవైన' అంటే ఏమిటో తన పరంగా భిన్నంగా వివరిస్తూ ఉంటారు.

3. సమ సమితులు

రెండు సమితులు **సమానంగా** ఒకే మూలకాలను కలిగి ఉంటే వాటిని సమ సమితులుగా పిలుస్తారు..

{ఆంగ్ల వర్ణమాలలోని అచ్చులు} = {a, e, i, o, u }

ఇంకా, సమితులు {1, 3, 5} మరియు {1 , 2, 3}సమ సమితులు కాదు, ఎందుకంటే అవి వేర్వేరు మూలకాలను కలిగి ఉన్నాయి.. దీనిని $\{1, 3, 5\} \neq \{1, 2, 3\}$ అని వ్రాస్తాం.

{ } బ్రాకెట్లలో (curly brackets) మూలకాలు ఏ క్రమంలో నైనా రాయవచ్చు.

ఉదాహరణకు,{1, 3, 5, 7, 9} = {3, 9, 7, 5, 1} = {5, 9, 1, 3, 7}.

ఒక మూలకం ఒకటి కంటే ఎక్కువసార్లు సమితిలో రాయబడితే, అది ఒక్కసారి మాత్రమే లెక్కించబడుతుంది. ఉదాహరణకు, {a, a, b} = {a, b}. సమితి {a , a, b} లో a మరియు b అనే రెండు మూలకాలు మాత్రమే ఉన్నాయి. ఈ సమితిలో a ను రెండవ సారి రాయడం అవసరం లేదు మరియు దానిని విస్మరించవచ్చు. ఒక మూలకాన్ని ఒకటి కంటే ఎక్కువగా జాబితా చేయడం సాధారణంగా పేలవమైన సూచించే విధానంగా పరిగణించబడుతుంది.

చిహ్నాలు ∈ మరియు ∉

ప్రత్యేకమైన సమితులను చర్చించడంలో సమితికి ' మూలకం చెందుతుంది' మరియు ' మూలకం చెందదు' పదబంధాలు తరచుగా ఉపయోగించబడుతాయ. ఇంకా వాటి కోసం ప్రత్యేక చిహ్నాలు ఉపయోగించబడుతాయి. ఉదాహరణకు, A = {3, 4, 5, 6, 3} అయితే $3 \in A$ (దీనిని '3 అనేది A యొక్క మూలకం'(3 belongs to set A) అని చదవండి.). $8 \notin A$ ('8 అనేది A యొక్క మూలకం కాదు' అని చదవండి.)

4. వియుక్త సమితులు

A మరియు B రెండు సమితులలో ఉమ్మడి మూలకం లేకపోతే వాటిని వియుక్త సమితులు అంటారు.
ఉదాహరణకు:
A = {x: x ఒక ప్రధాన సంఖ్య} మరియు B = {x: x ఒక సంయుక్త సంఖ్య}.
స్పష్టంగా, A మరియు B లలో ఒక్క మూలకం కూడా ఉమ్మడిగా లేదు. కావున అవి వియుక్త సమితులు

5. పరిమిత మరియు అపరిమిత సమితులు

మనం ఇప్పటివరకు చూసిన అన్ని సమితులు **పరిమిత** సమితులు. అంటే వాటి మూలకాలన్నింటినీ మనం జాబితాలో రాయవచ్చు.

కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం:

{ 2000 మరియు 2005 మధ్య ఉన్న పూర్ణాంకాలు} = {2001, 2002, 2003, 2004}

{2000 మరియు 3000 మధ్య ఉన్న పూర్ణాంకాలు} = {2001, 2002, 2003, ..., 2999}

రెండవ ఉదాహరణలో మూడు చుక్కలు '. .. ' సమితిలోని ఇతర 995 సంఖ్యల కోసం ఉన్నాయని తెలపుతాయి. మనం మొత్తం జాబితా రాయగలం, కాని స్థలాన్ని ఆదా చేయడానికి అన్ని 995 సంఖ్యలకు బదులుగా చుక్కలను ఉపయోగించాము. ఈ విధానం చాల సందర్భాల్లో ఉపయోగించబడుతుంది

ఒక సమితి **అపరిమిత సమితి** కూడా కావచ్చు**.** కాని అది సునిర్వచితం కావాలి.

ఇక్కడ రెండు ఉదాహరణలను చూద్దాం

అనంతమైన సమితులు : {మొత్తం సరి పూర్ణాంకాలు} = {0, 2, 4, 6, 8, 10, ...}

{2000 కంటే ఎక్కువైన పూర్ణాంకాలు} = {2001, 2002, 2003, 2004, .. }

ఈ రెండు సమితులు అపరిమితమైనవి. ఎందుకంటే మనం జాబితా చేసిన మూలకాలే కాక, సమితి లో ఎల్లప్పుడూ మన జాబితాలో లేని మూలకాలు కూడా ఉంటాయి. ఈసారి మూడు చుక్కలు '...' కొద్దిగా భిన్నంగా అర్థాన్నిస్తాయి, ఎందుకంటే మనం ఎంత దూరం జాబితా రాసుకుంటూ వెళ్ళినా అవి మనం జాబితా చేయలేని అనేక మూలకాలు కూడా సమితిలో ఉన్నాయని తెలుపుతాయి,

వ్యాఖ్య: ఒక సమితి పరిమితంగా లేకపోతే దానిని అపరిమిత సమితి అంటారు.

6. శూన్య సమితి

మూలకాలు లేని సమితిని శూన్య సమితి ఆంటారు మరియు శూన్య సమితిని Φ తో సూచిస్తాం. శూన్య సమితి ఒకే ఒక్కటి వ్యవస్థితమౌతుంది., ఎందుకంటే ఏదైనా రెండు శూన్య సమితులు ఒకే మూలకాలను కలిగి ఉంటాయి, కాబట్టి అవి ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉండాలి. మొత్తం విశ్వంలో ఏ ఒక్క మూలకం కూడ Φ లో ఉండదు.

ఉదాహరణకు: (ఎ) సున్న కన్నా తక్కువైన పూర్ణాంకల సమితి.

(బి) N = {*x: x*∈ N, 3 <x <4}

7. ఏక మూలక సమితి

ఒకే మూలకాన్ని కలిగి ఉన్న సమితిని **ఏక మూలక సమితి** అంటారు.

ఉదాహరణకు:

A = {x: x ప్రధాన సంఖ్య కాదు లేదా సంయుక్త సంఖ్య కాదు} ఇది ఒక మూలకాన్ని కలిగి ఉన్న ఏకమూలక సమితి, అనగా అందులో 1 అనే ఏకైక మూలకం ఉంటుంది..

B = {x: x ఒక పూర్ణాంకం, x <1} ఈ సమితి లో ఒకే ఒక మూలకం 0 ఉంటుంది మరియు అది ఏక మూలక సమితి.

8. సారాంశం

- సమితి అనేది వస్తువుల సముదాయం, సమితి లోని వస్తువులను మూలకాలు అంటారు.
- సమితి సునిర్వచితంగా ఉండాలి, అంటే సమితి యొక్క మూలకాల గురించి వివరణ స్పష్టంగా మరియు సందేహరహితంగా ఉండాలి.
- ఉదాహరణకు: { 1, 3, 5} మరియు {ఆంగ్ల అక్షరమాల అక్షరాలు}.
    - సమితిని రెండు విధాలుగా సూచించవచ్చు: రోస్టర్ రూపం(జాబితా రూపం) లేదా సమితి నిర్మాణ రూపం.
- రెండు సమితులు ఒకే మూలకాలను కలిగి ఉంటే వాటిని సమసమితులు గా పిలుస్తారు. - మూలకాల క్రమం అసంబద్ధం. మూలకం ఎన్ని సార్లు పునరావృతం అయినా విస్మరించబడుతుంది.
- A మరియు B అనే రెండు సెట్లు ఉమ్మడిగా ఏ మూలకాన్ని కలిగి ఉండకపోతే అవి వియుక్త సమితులు అంటాం.
    - a అనే మూలకం సమితి S లో ఉంటే, మనం $a \in S$ అని సూచిస్తాం.
- b అనే మూలకం సమితి S లో లేకపోతే, మనం $b \notin S$ అని సూచిస్తాం. .
- ఒక సమితి లోని మూలకాలన్నింటినీ జాబితా చేయగలిగితే దానిని పరిమిత సమితి గా పిలుస్తారు.
- ఒక సమితి పరిమిత సమితి కాకపోతే దానిని అపరిమిత సమితి అంటారు.
- మనం ఎన్ని మూలకాలను జాబితా చేసినా, మన జాబితాలో లేని మూలకాలు సమితిలో ఎల్లప్పుడూ ఎక్కువగా ఉంటాయి అనే ధర్మం అపరిమిత సమితి కి ఉంటుంది.. మూలకాలు లేని సమితిని శూన్యసమితి అంటారు మరియుగా దానిని Φ తో సూచిస్తాం.
- ఒక మూలకాన్ని మాత్రమే కలిగి ఉన్న సమితినిఏక మూలక సమితి అంటారు.