

## 1.தொகுதி பற்றிய விவரங்கள் மற்றும் அதன் அமைப்பு

தொகுதி விவரங்கள்	
பாடத்தின் பெயர்	கணிதம்
பாட திட்டத்தின் பெயர்	கணிதம் 01 ( வகுப்பு - XI ,பருவம் - 1 )
தொகுதி பெயர்/தலைப்பு	கணம் எண்மானம் -பகுதி 1
தொகுதி எண்	kemh_10101
முன் தேவைகள்	பொருட்கள் மற்றும் எண்களை ஒத்தப் பண்புகள் மற்றும் வேறுபாடுகளின் அடிப்படையில் குழுக்களாக பிரித்தல்.
கற்றல்	<p>விளைவுகள்இப்பாடத்தைப் பயின்ற பிறகு, மாணவர்கள் பின்வருவனவற்றை செய்ய இயலும்:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>எண்கள் மற்றும் பொருட்களை கணங்களாகத் தொகுத்தல்.</li> <li>கணங்களைக் கணக் கட்டமைப்பு முறை மற்றும் பட்டியல் முறையில் எழுதுதல்.</li> <li>கணங்களை சம ,சமமற்ற மற்றும் வெட்டாக் கணங்களாக ஒப்பிடுதல்.</li> <li>முடிவுறு மற்றும் முடிவுறாக் கணங்களை விவரித்தல். வெற்றுக் கணம் மற்றும் ஒருறுப்புக் கணம் பற்றி புரிதல்.</li> </ul>
சிறப்பு	சொற்கள் கணம்,கணக் கட்டமைப்பு முறை குறியிடு ,பட்டியல் முறை குறியிடு , சமக் கணங்கள், வெட்டாக் கணங்கள், முடிவுறு மற்றும் முடிவுறாக் கணங்கள்,வெற்று கணம் ,ஒருறுப்புக் கணம்

## 2.வளர்ச்சி குழு

பங்கு	பெயர்	இணைப்பு
தேசிய பெ தி நி பா ஒருங்கிணைப்பாளர் (NMC)	Prof. அமரேந்திர P. பெஹேரா	CIET, NCERT, புது டெல்லி
நிரல் ஒருங்கிணைப்பாளர்	Dr. முகமத் மழார் அலி	CIET, NCERT, புது டெல்லி
பாட திட்டத்தின் ஒருங்கிணைப்பாளர் (CC) / PI	Dr. தில் பிரசாத் சர்மா	DESM, NCERT, புது டெல்லி
பாட திட்டத்தின் ஒருங்கிணைப்பாளர் / Co-PI	Dr. முகமத் மழார் அலி	CIET, NCERT, புது டெல்லி
பாட பொருள் நிபுணர் (SME)	Ms. அஞ்சலி சஹுகணி	சன்ஸ்க்ரிதி பள்ளி, புது டெல்லி
மதிப்பாய்வுரை குழு	Dr. சாதனா பூர்வஸ்தவா	KVS, பரிதாபாத், ஹரியானா
ஓராண்ஸ்லேட்டர்	செல்வி கோமதி டி	கணித பூடம், பெனியல் மேட்.எச். செக். பள்ளி, சென்னை



பொருளடக்கம்

1. அறிமுகம்
2. கணம் - விளக்கம் மற்றும் குறிப்பிடுதல்
3. சமக் கணங்கள்
4. வெட்டாக் கணங்கள்
5. முடிவுறு மற்றும் முடிவுறாக் கணங்கள்
6. வெற்று கணம்
7. ஒருறுப்புக் கணம்
8. சுருக்கம்

## 1. அறிமுகம்

பொருந்தாப் பொருளைக் கண்டறிக

1. முயல் , மான், புலி , ஒட்டகச்சிவிங்கி , யானை
2. 2, 3, 17, 19, 9, 23
3. a, e, i, d, o, u
4. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 15, 24
5. கங்கை , யமுனை , நைல் , நர்மதா , காவேரி

மேலே உள்ள உதாரணங்களில், பொருந்தா உறுப்புக்கள் வண்ணங்களைக் கொண்டு பிரித்துக் காட்டப்பட்டுள்ளது. நீங்கள் கவனித்தீர்களானால், வண்ணங்கள் கொண்டு பிரித்து காட்டப்பட்ட உறுப்புக்களைத் தவிர்த்து, ஏனைய உறுப்புக்கள் சில ஒற்றுமைகளைக் கொண்டிருப்பதைக் காண இயலும். அதனால் அவற்றை ஒரு குழுவாகக் கொள்ளலாம்.

உதாரணத்திற்கு,

1. 'Tiger' தவிர்த்து மற்ற எல்லா விலங்குகளைத் தாவரவுண்ணி விலங்குகள் எனலாம்
2. '9' தவிர்த்து மற்ற எல்லா எண்களை பகு எண்கள் எனலாம்.
3. 'd' தவிர்த்து மற்ற எல்லா எழுத்துக்களும் ஆங்கில மொழின் உயிர் எழுத்துக்கள் எனலாம்.
4. '15' தவிர்த்து மற்ற எல்லா எண்களையும் 24-இன் காரணிகள் எனலாம்.
5. 'Nile' தவிர்த்து மற்றவை இந்தியாவின் நதிகள் ஆகும்.

மேலே உள்ள ஒவ்வொரு உதாரணமும் ஒரு நன்றாக வரையறுக்கப்பட்ட பொருட்களின் தொகுப்பாகும் என்னும் அடிப்படையில் எந்த ஒரு பொருளைக் கொடுத்தாலும் , அந்த பொருள் ஒரு தொகுப்பிற்கு உரியதா இல்லையா என்பதை நாம் உறுதியாக சொல்ல இயலும்.

மீண்டும் உலகின் மிகவும் புகழ்பெற்ற ஐந்து கணித மேதைகளின் தொகுப்பானது நன்றாக வரையறுக்கப்படவில்லை. ஏனெனில் மிகவும் புகழ்பெற்ற கணித மேதையை தீர்மானிக்கும் அளவுகோலானது மனிதருக்கு மனிதர் வேறுபடக்கூடியது. ஆதலால், இது நன்றாக வரையறுக்கப்பட்ட தொகுப்பாகாது.

நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட பொருள்களின் தொகுப்பு கணம் எனப்படும்.

குறிப்பாக கணிதத்தில் பயன்படும் சில கணங்களை உதாரணத்திற்கு கீழே கொடுத்துள்ளோம்:

**N** : இயல் எண்களின் கணம்.  
**Z** : முழுக்களின் கணம்.  
**Q** : விகிதமுறு எண்களின் கணம்.  
**R** : மெய்யெண்களின் கணம்  
**Z+** : மிகை முழுக்களின் கணம்  
**Q+** : நேர்ம விகிதமுறு எண்களின் கணம் மற்றும்  
**R+** : நேர்ம மெய்யெண்களின் கணம்

## 2. கணம் - விளக்கம் மற்றும் குறிப்பிடுதல்

பொருட்களின் தொகுப்பே கணம் ஆகும் ஆனால் கணம் பற்றி நாம் தெளிவாக பேச நமக்கு புதிய வார்த்தைகள், குறியீடுகள் மற்றும் வரைபடங்கள் தேவை. நமது சாதாரண மொழியில், பொருட்களை தொகுப்புகளாகப் பிரிப்பதன் மூலம் நம்மை சுற்றியிருக்கும் உலகைப் புரிந்துக்கொள்ள முயற்சி செய்கிறோம். ஆங்கில மொழியில் தொகுப்புகளை குறிக்க நிறைய வார்த்தைகள் உள்ளன. உதாரணத்திற்கு, 'a flock of birds', 'a herd of cattle', 'a swarm of bees' 'a colony of ants' என்று பேசுவது வழக்கம். நாம் கணிதத்திலும் இதே போன்ற முறையை பின்பற்றி எண்கள் ,வடிவியல் உருவங்கள் மற்றும் பலப் பொருட்களையும் தொகுப்புகளாகப் பிரித்து கணங்கள் என்று அழைக்கின்றோம். ஒரு கணத்தில் உள்ள பொருட்களை அக்கணத்தின் உறுப்புகள் என்று அழைக்கின்றோம்.

### கணத்தை விவரித்தல்

ஒரு கணத்தில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளையும் பட்டியலிடுவதன் மூலம் ஒரு கணத்தை விவரிக்கலாம்.

உதாரணத்திற்கு,  $S = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ ,

இதனை நாம் 'S என்பது ஒரு கணம் ஆகும் மற்றும் 1,3,5,7,9 என்பவை அதன் உறுப்புக்கள் ஆகும்' என்று படிக்கலாம்.

கணத்தின் 5 உறுப்புக்கள் காற்புள்ளி கொண்டு பிரிக்கப்பட்டு உள்ளது மற்றும் அந்த பட்டியல் கண அடைப்பு அல்லது வில் அடைப்பிற்குள் மூடப்பட்டிருக்கிறது.

ஒரு கணத்தை குறிப்பிடும் இந்த முறை பட்டியல் முறை (அல்லது) அட்டவணை முறை (Roster Form or Tabular Form) எனப்படும்.

ஒரு கணத்தை அதன் உறுப்புகள் பற்றி சொற்களால் தெளிவாக விவரித்து வில் அடைப்பிற்குள் எழுதுவதன் மூலமாகவும் விவரிக்க இயலும்.  $S = \{ x : x < 10 \}$  ஐ விடக் குறைவான ஒற்றை முழு எண்கள்.

இதனை நாம் 'S என்பது ஒரு கணம் ஆகும் மற்றும் 10 ஐ விடக் குறைவான ஒற்றை முழு எண்கள் அதன் உறுப்புக்கள் ஆகும்' என்று படிக்கலாம்.

ஒரு கணத்தை குறிப்பிடும் இந்த முறை கணக்கட்டமைப்பு முறை (Set-Builder Form) எனப்படும்.

ஒரு கணம் முறையாக வரையறுக்கப்படவேண்டும். இதன் அர்த்தம் யாதெனில் ஒரு கணத்தின் உறுப்புகளை பற்றின நமது விளக்கமானது தெளிவானதாகவும் நேரடி பொருள் கொள்வதாகவும் இருத்தல் வேண்டும். உதாரணமாக { உயரமான மனிதர்கள் } ஒரு கணம் ஆகாது ஏனெனில் 'உயரம்' எதை குறிக்கின்றது என்பதில் மக்களுக்கு கருத்து வேறுபாடு உள்ளது.

## 3. சம கணங்கள்

இரு கணங்கள் ஒரே மாதிரியான உறுப்புக்களைக் கொண்டிருந்தால் அவை சம கணங்கள் எனப்படும்.

'y' என்பது உறியெழுத்து இல்லை என்னும் வழக்கமான முறையை பின்பற்றி  
{ஆங்கில எழுத்துக்களில் உள்ள உயிரெழுத்துக்கள்} = {a, e, i, o, u}

மறுபக்கம், கணங்கள் { 1, 3, 5 } மற்றும் { 1, 2, 3 } சம கணங்கள் அல்ல, ஏனெனில் அவை வெவ்வேறு உறுப்புக்களைக் கொண்டுள்ளன இதனை கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம், { 1, 3, 5 } ≠ { 1, 2, 3 }.

சுருள் அடைப்பிற்குள் உறுப்புக்கள் எந்த முறையில் பட்டியலிடப்பட்டுள்ளன என்பது முக்கியம் அல்ல..  
உதாரணத்திற்கு, { 1, 3, 5, 7, 9 } = { 3, 9, 7, 5, 1 } = { 5, 9, 1, 3, 7 }.

ஒரு கணத்தில் ஒன்றோ அதற்கு மேற்பட்ட உறுப்புகள் மீண்டும் மீண்டும் கணத்தில் இடம் பெற்றாலும்  
அது ஒரு முறையே கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்படும். உதாரணத்திற்கு,

{ a, a, b } = { a, b }.

கணம் { a, a, b } இரண்டு உறுப்புக்களை மட்டுமே கொண்டுள்ளது a மற்றும் b.  
இரண்டாம் முறையாக தோன்றும் a என்பது தேவையற்றது ஆகும் எனவே அதனைத் தவிர்த்திடல்  
நலம். சாதாரணமாக, ஒரு கணத்தில் உறுப்புகள் மீண்டும் மீண்டும் பட்டியலிடுவதைத் தவறான  
வழக்கமாகக் கருதப்படுகிறது .  
குறியீடுகள் ∈ மற்றும் ∉

கணங்கள் பற்றிய உரையாடலில் 'கணத்தின் உறுப்பு' மற்றும் 'கணத்தின் உறுப்பு அல்ல' என்னும்  
சொற்றோடர்கள் பலமுறை இடம்பெறும் காரணத்தால் அவற்றை குறிப்பதற்கு சிறப்பு குறியீடுகள்  
பயன்படுத்தப்படுகிறது. உதாரணத்திற்கு, A = { 3, 4, 5, 6 },

3 ∈ A ( '3 கணம் A வின் உறுப்பாகும் ' என்று படிக்கவும்.)

8 ∉ A ( '8 கணம் A வின் உறுப்பாகாது ' என்று படிக்கவும்.)

#### 4. வெட்டாக் கணங்கள்

A மற்றும் B என்ற இரு கணங்கள் வெட்டாக் கணங்கள் எனப்படும், ஏனெனில் அவ்விரு  
கணங்களுக்கும் எந்த ஒரு உறுப்பும் பொதுவானதாக இல்லை.

உதாரணத்திற்கு:

A = {x : x என்பது பகா எண்}

B = {x : x என்பது பகு எண்}.

A மற்றும் B இவ்விரு கணங்களுக்கும் எந்த ஒரு உறுப்பும் பொதுவானதாக இல்லை அதனால்  
இவை வெட்டாக் கணங்கள் எனப்படும்.

#### 5. முடிவுறு மற்றும் முடிவறாக் கணங்கள்

நாம் இதுவரை பார்த்த கணங்கள் அனைத்துமே முடிவுறுக் கணங்கள் ஆகும், ஏனெனில்  
அவற்றின் எல்லா உறுப்புக்களையும் நம்மால் பட்டியலிட முடியும்.

சில உதாரணங்கள் இங்கே உள்ளன :

{ 2000 மற்றும் 2005 க்கு மத்தியில் உள்ள முழு எண்கள் } = { 2001, 2002, 2003, 2004 }

{ 2000 மற்றும் 3000 க்கு மத்தியில் உள்ள முழு எண்கள் } = { 2001, 2002, 2003, ..., 2999 }

இரண்டாம் உதாரணத்தில் உள்ள '...' மூன்று புள்ளிகள் அக்கணத்தில் உள்ள மற்ற 995 எண்களைக் குறிக்கும். எல்லா உறுப்புக்களையும் நம்மால் பட்டியலிட இயலும் ஆனால் இடத்தை சேமிக்கும் நோக்கத்தில் புள்ளிகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இவ்வதாரணத்தில் உள்ளது போலவே, புள்ளிகளை உபயோகிக்கும் முறையை, அது எதைக் குறிக்கின்றது என்பது தெளிவாகப் புரியும் பட்சத்திலேயே உபயோகப்படுத்த வேண்டும்.

ஒரு கணம் முடிவறாக் கணமாகவும் இருக்க முடியும் - அது நன்றாக வரையறுக்கப்பட்டு இருத்தல் வேண்டும். இங்கே முடிவறாக் கணத்திற்கு 2 உதாரணங்கள் கொடுக்கப்பட்டு உள்ளன.

{ நேர்ம முழு எண்கள் } = { 0, 2, 4, 6, 8, 10, ... }

{ 2000 ஐ விட அதிகமான முழு எண்கள் } = { 2001, 2002, 2003, 2004, ... }

இந்த இரு கணங்களும் முடிவறாக் கணங்கள் ஏனெனில், எத்தனை உறுப்புக்கள் பட்டியலிடுகிறோம் என்பது அல்ல, எப்போதுமே நம் பட்டியலில் இடம் பெறாத நிறைய உறுப்புக்கள் அக்கணத்தில் இருக்கும். இந்த முறை அந்த மூன்று புள்ளிகள் '...' சிறிது வித்தியாசமான பொருளைக் குறிக்கின்றது ஏனெனில் அவை, நாம் எவ்வளவு முயன்றாலும் நம்மால் பட்டியலிட முடியாத உறுப்புக்களைக் குறிக்கின்றது.

குறிப்பு : ஒரு கணம் முடிவறாக் கணம் இல்லையெனில், அது முடிவறாக் கணம் எனப்படும்.

#### 6. வெற்றுக்கணம்

எந்த ஒரு உறுப்பும் இல்லாத கணம் வெற்றுக்கணம் எனப்படும். இது  $\emptyset$  என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படும். ஒரே ஒரு வெற்றுக்கணமே இருக்கும், ஏனெனில் எந்த இரு வெற்றுக்கணங்களும் ஒத்த உறுப்புக்களைக் கொண்டதாகவே இருக்கும் அதனால் அவை இரண்டும் சமானவையாக இருக்கும். இந்த பிரபஞ்சத்தில் உள்ள எதுவுமே  $\emptyset$  -இன் உறுப்பாகாது.

உதாரணத்திற்கு: (a) 0 வை விடக் கூழே உள்ள முழு எண்களின் கணம்

(b)  $N = \{x : x \in N, 3 < x < 4\}$

#### 7. ஒருறுப்புக் கணம்

ஒரே ஒரு உறுப்பை மட்டும் உடைய கணம், ஒருறுப்புக் கணம் எனப்படும்.

உதாரணத்திற்கு:

$A = \{x : x \text{ என்பது பகு எண்ணும் அல்ல பகா எண்ணும் அல்ல } \}$

இது ஒரு உறுப்பை மட்டும் உடைய ஒருறுப்புக் கணம் ஆகும், i.e., 1.

$B = \{x : x \text{ என்பது முழு எண், } x < 1\}$

இந்த கணம் ஒரு உறுப்பு மட்டுமே உள்ளது - 0 அதனால் அது ஒருறுப்புக் கணம் ஆகும்

#### 8. சுருக்கம்

கணம் என்பது பொருட்களின் தொகுப்பு ஆகும். அப்பொருட்களை கணத்தின் உறுப்பு என்கிறோம்.

ஒரு கணம் நன்றாக வரையறுக்கப்படவேண்டும். இதன் அர்த்தம், அக்கணத்தின் உறுப்புக்கள் தெளிவாக விவரிக்கப்பட்டு மற்றும் பட்டியலிடப்பட்டு இருக்க வேண்டும். உதாரணமாக {1,3,5} மற்றும் {ஆங்கில மொழியின் எழுத்துக்கள்}

ஒரு கணத்தை இரு முறைகளில் குறிப்பிட இயலும் : பட்டியல் முறை மற்றும் கணக்கட்டமைப்பு முறை.

இரு கணங்கள் ஒரே மாதிரியான உறுப்புக்களைக் கொண்டிருந்தால் அவை சமக் கணங்கள் எனப்படும். எந்த முறையில் பட்டியலிடப்பட்டு உள்ளன என்பது முக்கியம் அல்ல. ஏதேனும் ஒரு உறுப்பு

---

மறுமுறையும் பட்டியலிடப்பட்டு இருக்குமேயானால் அது கணக்கிடப்படாது.

A மற்றும் B என்ற இரு கணங்களுக்குப் பொதுவான உறுப்புகள் இல்லை எனில் அவை வெட்டாக்கணங்கள் ஆகும்.

a என்பது கணம் S இன் உறுப்பு என்பதை,  $a \in S$  என எழுதுவோம்.

b என்பது கணம் S இன் உறுப்பு அல்ல என்பதை,  $b \notin S$  என எழுதுவோம்.

ஒரு கணத்தின் எல்லா உறுப்புக்களையும் பட்டியலிட முடிந்தால் அது முடிவுறுக் கணம் எனப்படும்.

ஒரு கணம் முடிவுறுக் கணம் இல்லையெனில், அது முடிவுறாக் கணம் எனப்படும்.

முடிவுறாக் கணத்தின் பண்பு என்பது நாம் எத்தனை உறுப்புக்களைப் பட்டியலிடுகிறோம் என்பது முக்கியம் அல்ல, அங்கு எப்போதும் நம் பட்டியலியல் இல்லாத நிறைய உறுப்புக்கள் இருக்கும்.

எந்த ஒரு உறுப்பும் இல்லாத கணம் வெற்றுக்கணம் எனப்படும். இது  $\emptyset$  என்ற குறியீட்டால் குறிக்கப்படும்.

ஒரே ஒரு உறுப்பை மட்டும் உடைய கணம், ஒருறுப்புக் கணம் எனப்படும்.