

1. Details of Module and its structure

Module Detail	
Subject Name	गणित
Course Name	गणित 01 (वर्ग XI, सहामाही - 1)
Module Name/Title	संच संकेतन - भाग 1
Module Id	kemh_10101
Pre- requisite	समानता आणि असमानता यांच्या आधारे वस्तू आणि संख्यांना समूहबद्ध करणे
Objectives	<p>या धड्याचा अभ्यास केल्यानंतर, विद्यार्थी खालील गोष्टी करण्यास सक्षम असतील:</p> <ul style="list-style-type: none">■ वस्तूंना आणि संख्यांना संचामध्ये समूहबद्ध करणे■ संचाला नामावलीच्या किंवा संच बांधणीकर्त्याच्या स्वरूपात दर्शविणे■ संचांची समान, असमान आणि विभक्त अशी तुलना करणे■ संचाचे सांत किंवा अनंत असे वर्णन करणे■ रिक्त संच आणि एकलक संच या संकल्पना समजून घेणे
Keywords	संच, संच बांधणीकर्त्याचे दर्शस्वरूप, नामावली दर्शस्वरूप, समान संच, विभक्त संच, सांत संच, अनंत संच, रिक्त संच, एकलक संच

2. Development Team

Role	Name	Affiliation
National MOOC Coordinator (NMC)	Prof. Amarendra P. Behera	CIET, NCERT, New Delhi
Program Coordinator	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Course Coordinator (CC) / PI	Dr. Til Prasad Sarma	DESM, NCERT, New Delhi
Course Co-Coordinator / Co-PI	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Subject Matter Expert (SME)	Ms. Anjali Chhugani	Sanskriti School, New Delhi
Review Team	Dr. Sadhna Shrivastava	KVS, Faridabad, Haryana
Translator	Mr. Sourabh Bhunje	Techliebe, Santosh Nagar, Pune

अनुक्रमणिका :

1. प्रस्तावना
2. संचांचे वर्णन आणि नामकरण
3. समान संच
4. विभक्त संच
5. सांत आणि अनंत संच
6. रिक्त संच
7. एकलक संच
8. सारांश

1. प्रस्तावना

गटात न बसणारा ओळखा

1. ससा, हरीण, वाघ, जिराफ, हत्ती.
2. 2, 3, 17, 19, 9, 23
3. a, e, i, d, o, u
4. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 15, 24
5. गंगा, यमुना, नाईल, नर्मदा, कावेरी

वरील उदाहरणांमध्ये गटात न बसणारी गोष्ट ठळकपणे दर्शविलेली आहे. ठळकपणे दर्शविलेली गोष्ट सोडून इतर गोष्टींचे निरीक्षण केल्यास तुमच्या हे लक्षात येईल कि इतर गोष्टींमध्ये काहीतरी साम्य आहे आणि त्यामुळे त्यांना एकत्रित समूहबद्ध करता येऊ शकते.

उदाहरणार्थ,

1. 'वाघ' वगळता इतर सर्व शाकाहारी प्राणी आहेत.
2. '9' वगळता इतर सर्व संख्या या मूळ संख्या आहेत.
3. 'd' वगळता इतर सर्व वर्ण हे इंग्रजी स्वर आहेत.
4. '15' वगळता इतर सर्व संख्या या 24 चे अवयव आहेत.
5. 'नाईल' वगळता इतर सर्व भारतातील नद्या आहेत.

वरीलपैकी प्रत्येक उदाहरण हा वस्तूंचा एक रचनाबद्ध संग्रह आहे, त्या अर्थाने एखादी विशिष्ट वस्तू त्या संग्रहाचा भाग आहे की नाही हे आपण नक्कीच ठरवू शकतो.

जगातील सर्वात प्रसिद्ध पाच गणितज्ञांचे संचयन हे पुन्हा योग्यप्रकारे रचनाबद्ध नाही कारण गणितज्ञ सर्वात प्रसिद्ध असण्याचे निकष हे व्यक्तीनुरूप वेगवेगळे असू शकतात. त्यामुळे हे एक रचनाबद्ध संचयन नाही.

वस्तूंच्या अशा रचनाबद्ध संचयनाला संच म्हणून संबोधित केले जाते.

विशेषतः गणितामध्ये वापरल्या जाणाऱ्या संचांची आणखी काही उदाहरणे आम्ही खाली दिलेली आहेत.

N : सर्व नैसर्गिक संख्यांचा संच

Z : सर्व पूर्णांकांचा संच

Q : सर्व परिमेय संख्यांचा संच

R : सर्व वास्तव संख्यांचा संच

Z+ : सर्व धन पूर्णांकांचा संच

Q+ : सर्व धन परिमेय संख्यांचा संच, आणि

R+ : सर्व धन वास्तव संख्यांचा संच

2. संचांचे वर्णन आणि नामकरण

एक संच म्हणजे फक्त वस्तूंचे एक संचयनच असते, पण संचांबद्दल अर्थपूर्णरित्या बोलण्यासाठी आपल्याला काही नवीन शब्द, चिन्हे आणि आकृत्यांची गरज आहे.

आपल्या नेहमीच्या भाषेत, आपण वस्तूंच्या संचयनांचे वर्गीकरण करून आपण राहत असलेले जग समजून घेत असतो. अशा संचयनांसाठी मराठी भाषेत अनेक शब्द आहेत. उदाहरणार्थ, आपण 'पक्ष्यांचा थवा', 'गुरांचा कळप', 'मधमाश्यांची झुंड' आणि 'मुंग्यांची रांग' असे म्हणतो.

गणितामध्येही आपण अशीच गोष्ट करतो आणि संख्या, भौमितिक आकृत्या व इतर गोष्टींना संचयनांमध्ये वर्गीकृत करतो, ज्यांना आपण संच असे म्हणतो. या संचांतील वस्तूंना त्या संचाचे घटक म्हटले जाते.

संचाचे वर्णन करणे

■ संचातील सर्व घटकांची सूची करून त्या संचाचे वर्णन केले जाऊ शकते.

उदाहरणार्थ, $S = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$,

याचे वाचन आपण 'S हा संच आहे आणि 1, 3, 5, 7 व 9 हे त्याचे घटक आहेत' असे करतो.

संचातील पाच घटक हे स्वल्पविरामाद्वारे वेगळे केले आहेत आणि ही सूची महिरपी कंसांमध्ये सूचीबद्ध केली आहे.

संचाच्या अशा सादरीकरणाला नामावली किंवा सारणी स्वरूप म्हणून ओळखले जाते.

■ संचाच्या घटकांचे वर्णन महिरपी कंसांमध्ये लिहूनदेखील संचाचे वर्णन केले जाऊ शकते. त्यानुसार, वर दिलेला संच S हा

याप्रकारेदेखील लिहिला जाऊ शकतो:

$S = \{ 10 \text{ पेक्षा लहान असलेले विषम पूर्णांक } \}$,

याचे वाचन आपण 'S हा 10 पेक्षा लहान असलेल्या विषम पूर्णांकांचा संच आहे' असे करतो.

संचाच्या अशा सादरीकरणाला संच बांधणीकर्ता स्वरूप म्हणून ओळखले जाते.

संच हा रचनाबद्धच असला पाहिजे. याचा अर्थ असा होतो कि घटकांबद्दलचे आपले वर्णन हे स्पष्ट आणि तंतोतंत असले पाहिजे.

उदाहरणार्थ, $\{ \text{उंच लोक} \}$ हा एक संच नाही कारण 'उंच' म्हणजे काय याबाबत लोक असहमत होण्याची शक्यता अधिक आहे.

3. समान संच

जर दोन संचांमध्ये अगदी समान घटक असतील तर त्यांना समान संच असे म्हटले जाते. यानुसार, नेहमीप्रमाणे 'y' हा एक स्वर नाही असे लक्षात घेऊन,

$\{ \text{इंग्रजी वर्णमालेतील स्वर} \} = \{ a, e, i, o, u \}$

तर दुसरीकडे, $\{ 1, 3, 5 \}$ आणि $\{ 1, 2, 3 \}$ हे संच समान नाहीत कारण त्यांचे घटक वेगवेगळे आहेत. यास असे लिहिले जाते:

$\{ 1, 3, 5 \} \neq \{ 1, 2, 3 \}$.

महिरपी कंसांमध्ये हे घटक कोणत्या क्रमाने लिहिले जातात यामुळे काहीही फरक पडत नाही.

उदाहरणार्थ,

$\{ 1, 3, 5, 7, 9 \} = \{ 3, 9, 7, 5, 1 \} = \{ 5, 9, 1, 3, 7 \}$.

जर एखादा घटक एकापेक्षा अधिक वेळा सूचीबद्ध केलेला असेल, तरीही तो फक्त एकदाच गणला जातो. उदाहरणार्थ,

$\{ a, a, b \} = \{ a, b \}$.

$\{ a, a, b \}$ या संचामध्ये a आणि b हे दोन घटक आहेत. a चा झालेला दुसरा उल्लेख म्हणजे अनावश्यक पुनरावृत्ती आहे आणि त्यास दुर्लक्षित केले जाऊ शकते. एखाद्या घटकाला एकाहून अधिक वेळा सूचीबद्ध करणे सहसा एक चांगला संकेत मानले जात नाही.

\in आणि \notin ही चिन्हे

संचांबद्दल चर्चा करताना 'चा एक घटक आहे' आणि 'चा एक घटक नाही' हे वाक्यांश अनेकदा वापरले जातात कारण ही विशिष्ट चिन्हे आहेत आणि ती यासाठीच वापरली जातात. उदाहरणार्थ, जर $A = \{ 3, 4, 5, 6 \}$ असेल, तर:

$3 \in A$ (याचे '3 हा संच A चा एक घटक आहे' असे वाचन करा.)

$8 \notin A$ (याचे '8 हा संच A चा एक घटक नाही' असे वाचन करा.)

4. विभक्त संच

A आणि B या दोन संचांमध्ये कोणताही घटक सामाईक नसेल तर त्यांना विभक्त संच असे म्हटले जाते.

उदाहरणार्थ:

$A = \{x : x \text{ ही एक मूल संख्या आहे}\}.$

$B = \{x : x \text{ ही एक संयुक्त संख्या आहे}\}.$

यावरून स्पष्टच आहे की, A आणि B यांच्यात कोणताही घटक सामाईक नाही आणि ते विभक्त संच आहेत.

5. सांत आणि अनंत संच

आपण आतापर्यंत ज्या संचांची चर्चा केली ते सर्व सांत संच होते, म्हणजेच आपण त्यांचे सर्व घटक सूचीबद्ध करू शकतो.

येथे काही उदाहरणे दिली आहेत:

$$\{ 2000 \text{ आणि } 2005 \text{ दरम्यानचे पूर्णांक} \} = \{ 2001, 2002, 2003, 2004 \}$$

$$\{ 2000 \text{ आणि } 3000 \text{ दरम्यानचे पूर्णांक} \} = \{ 2001, 2002, 2003, \dots, 2999 \}$$

दुसऱ्या उदाहरणातील तीन पूर्णविराम '...' हे संचातील इतर 995 संख्यांना दर्शवितात. आपण त्या सर्वांना सूचीबद्ध केले असते पण जागा वाचविण्यासाठी आपण त्याऐवजी तीन पूर्णविराम लिहिले आहेत. अशा परिस्थितीमध्ये ज्याप्रमाणे त्याचा अर्थ काय होतो हे स्पष्टपणे समजते तेव्हाच या संकेताचा वापर केला जाऊ शकतो.

एखादा संच अनंत देखील असू शकतो - तो फक्त रचनाबद्ध असणेच महत्त्वाचे आहे. अनंत संचांची दोन उदाहरणे येथे दिलेली आहेत:

$$\{ \text{सम पूर्णांक} \} = \{ 0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots \}$$

$$\{ 2000 \text{ पेक्षा मोठे पूर्णांक} \} = \{ 2001, 2002, 2003, 2004, \dots \}$$

हे दोन्ही संच अनंत आहेत कारण आपण जितके अधिक घटक सूचीबद्ध करू तितके अधिकच घटक त्यात नेहमीच असतील जे आपल्या सूचीमध्ये नसतील. अशा वेळी '...' पूर्णविरामांचा अर्थ थोडासा वेगळा असतो, कारण ते अनंत घटकांना दर्शवितात ज्यांना बहुधा आपण कितीही वेळ प्रयत्न केला तरीही सूचीबद्ध करू शकत नाही.

शेरा : जर एखादा संच सांत नसेल, तर त्याला अनंत संच असे म्हटले जाते.

6. रिक्त संच

\emptyset हे चिन्ह रिक्त संचाला दर्शविते, हा असा संच असतो ज्यात एकही घटक नसतो. नेहमी केवळ एकच रिक्त संच असू शकतो कारण कोणत्याही दोन रिक्त संचांमध्ये अगदी समान घटक असतील त्यामुळे ते एकमेकांना समान असतील. विश्वातील कोणतीही गोष्ट \emptyset चा घटक नसते.

उदाहरणार्थ: (a) 0 पेक्षा लहान पूर्ण संख्यांचा संच.

$$(b) N = \{x : x \in N, 3 < x < 4\}$$

7. एकलक संच

ज्या संचामध्ये केवळ एकच घटक असतो त्याला एकलक संच असे म्हणतात.

उदाहरणार्थ:

$$\nrightarrow A = \{x : x \text{ ही मूळही नाही आणि संयुक्त संख्याही नाही}\}$$

हा एकलक संच आहे ज्यामध्ये एकच घटक आहे, तो म्हणजे 1 होय.

$$B = \{x : x \text{ हा एक पूर्णांक आहे, } x < 1\}$$

या संचामध्ये 0 हाच फक्त एक घटक आहे आणि त्यामुळे हा एकलक संच आहे.

8. सारांश

- संच म्हणजे वस्तूंचे संचयन असते, त्यांना त्या संचाचे घटक असे म्हटले जाते.
- संच हा रचनाबद्धच असला पाहिजे, म्हणजेच त्याच्या घटकांचे वर्णन केले जाऊ शकते आणि त्यांना कोणत्याही संदिग्धतेशिवाय सूचीबद्ध केले जाऊ शकते. उदाहरणार्थ: { 1, 3, 5 } आणि { इंग्रजी वर्णमालेतील अक्षरे }.
- एखाद्या संचास दोन प्रकारे दर्शविले जाऊ शकते : नामावली स्वरूप किंवा संच बांधणीकर्ता स्वरूप.
- जर दोन संचांमध्ये अगदी समान घटक असतील तर त्यांना समान संच असे म्हटले जाते. - त्यासाठी त्यांचा क्रम महत्त्वाचा ठरत नाही. घटकाची कोणतीही पुनरावृत्ती दुर्लक्षित केली जाते.
- जर A आणि B या दोन संचांमध्ये कोणताही घटक सामाईक नसेल, तर त्यांना विभक्त संच असे म्हटले जाते.
- जर a हा संच S चा घटक नसेल, तर आपण $a \notin S$ असे लिहितो.
- जर b हा संच S चा घटक नसेल, तर आपण $b \in S$ असे लिहितो.
- जर आपण एखाद्या संचाच्या सर्व घटकांना सूचीबद्ध करू शकत असू तर त्यास सांत असे म्हणतात.
- जर एखादा संच हा सांत संच नसेल, तर त्यास अनंत संच असे म्हणतात.
- अनंत संचाचा गुणधर्म असा असतो की, आपण कितीही घटक सूचीबद्ध केले तरीही नेहमीच असे अनेक घटक त्या संचात असतात जे आपल्या सूचीमध्ये सूचीबद्ध केलेले नसतात.
- ज्या संचामध्ये कोणताही घटक नसतो, त्यास रिक्त संच असे म्हणतात व त्यास असे दर्शविले जाते: Φ .
- ज्या संचामध्ये फक्त एकच घटक असतो, त्यास एकलक संच असे म्हणतात