

1. મોડ્યુલની વિગતો અને માળખું:

મોડ્યુલની વિગતો	
વિષયનું નામ	ગણિત
અભ્યાસક્રમનું નામ	ગણિત 01 (ધોરણ XI, સેમેસ્ટર - 1)
મોડ્યુલનું નામ/ શિર્ષક	ગણ પરિચય - ભાગ 1
મોડ્યુલની ઓળખ	kemh_10101
જરૂરીપૂર્વજ્ઞાન	સમાનતા અને અસમાનતાને આધારે વસ્તુઓ અને સંખ્યાઓ ની જુથ રચના
ઉદ્દેશો	આ પાઠના અધ્યયન બાદ અધ્યયનકર્તાઓ નીચેની બાબતો કરી શકશે: <ul style="list-style-type: none">વસ્તુઓ અને સંખ્યાઓના સમૂહની ગણ સ્વરૂપમાં રજૂઆતગણને યાદીની રીતે અથવા ગુણધર્મની રીતે રજૂ કરવાસમાન, અસમાન અને અલગતા તરીકે ગણની તુલનાકોઈ ગણનું સાંત અથવા અનંત તેરીકે વર્ણનખાલી ગણ અને એકાકી ગણનો ખ્યાલ સમજવો
પાઠ્યરૂપ શબ્દો	ગણ, ગુણધર્મની રીતે નિરૂપણ, યાદીની રીતે નિરૂપણ, સમાન ગણ, અલગ ગણ, સાંત ગણ, અનંત ગણ, ખાલી ગણ, એકાકી ગણ

2. Development Team

Role	Name	Affiliation
National MOOC Coordinator (NMC)	Prof. Amarendra P. Behera	CIET, NCERT, New Delhi
Program Coordinator	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Course Coordinator (CC) / PI	Dr. Til Prasad Sarma	DESM, NCERT, New Delhi
Course Co-Coordinator / Co-PI	Dr. Mohd. Mamur Ali	CIET, NCERT, New Delhi
Subject Matter Expert (SME)	Ms. Anjali Chhugani	Sanskriti School, New Delhi
Review Team	Dr. Sadhna Shrivastava	KVS, Faridabad, Haryana

અનુક્રમણિકા:

1. પ્રાસ્તાવિક
2. ગણનું નિરૂપણ અને નામકરણ
3. સમાન ગણ
4. અલગ ગણ
5. સાંત અને અનંત ગણ
6. ખાલી ગણ
7. એકાકી ગણ
8. સારાંશ

1. પ્રાસ્તાવિક

નીચેના પ્રત્યેક જૂથમાં સામ્ય ન હોય તેવો શબ્દ/સંખ્યા શોધો:

1. સસલું, હરણ, વાઘ, જિરાફ, હાથી.
2. 2, 3, 17, 19, 9, 23
3. a, e, i, u, o, u
4. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 15, 24
5. ગંગા, યમુના, નાઇલ, નર્મદા, કાવેરી.

ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં, પ્રત્યેક જૂથમાં સામ્ય ન હોય તેવો શબ્દ/સંખ્યા રંગ કરી દર્શાવેલ છે. તમે જોઈ શકો છો કે પ્રત્યેક જૂથમાં રંગ કર્યા સિવાયના બાકી રહેલ શબ્દો/સંખ્યાઓ માં કોઈક સામ્યતા જોવા મળે છે અને તેથી તેઓને એક જૂથમાં ભેગા કરી શકાય.

દાખલા તરીકે,

1. 'વાઘ' સિવાયના બધાજ પ્રાણીઓ શાકાહારી છે.
2. '9' સિવાયની બધીજ સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય છે.
3. 'u' સિવાયના બધાજ મૂળાક્ષરો સ્વર છે.
4. '15' સિવાયની બધીજ સંખ્યાઓ 24 ના અવયવો છે.
5. 'નાઇલ' સિવાયની બધીજ નદીઓ ભારતની છે.

ઉપરોક્ત ઉદાહરણોમાંનું પ્રત્યેક, એ એવા સુવ્યાખ્યાયિત સમૂહ છે કે જેમાં આપણે ચોક્કસપણે નક્કી કરી શકીએ કે આપેલ નિશ્ચિત વસ્તુ તે સમૂહનો સભ્ય છે કે નહિ.

પરંતુ વિશ્વના સૌથી વધુ જાણીતા પાંચ ગણિતશાસ્ત્રીઓનો સમૂહ એ સુવ્યાખ્યાયિત નથી, કારણકે સૌથી વધુ જાણીતા ગણિતશાસ્ત્રીઓ નક્કી કરવાના માપદંડ વ્યક્તિ-વ્યક્તિએ બદલાતા રહે છે. આમ આ સુવ્યાખ્યાયિત સમૂહ નથી.

આવા વસ્તુઓના સુવ્યાખ્યાયિત સમૂહ ને ગણ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

ખાસ કરીને ગણિતમાં વપરાતા ગણના કેટલાક વધુ ઉદાહરણો નીચે આપેલ છે, જેમ કે

- N: તમામ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગણ,
Z: તમામ પૂર્ણાંકોનો ગણ,
Q: તમામ સંમેય સંખ્યાઓનો ગણ,
R: વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો ગણ,
Z+: ધન પૂર્ણાંકોનો ગણ,
Q+: ધન સંમેય સંખ્યાઓનો ગણ, અને

R+: ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો ગણ.

2. ગણનું નિરૂપણ અને નામકરણ:

ગણ એ ફક્ત વસ્તુઓનો સમૂહ છે, પરંતુ ગણ વિષે ચોકસાઈ પૂર્વક વાત કરી શકાય તે માટે આપણને કેટલાક નવા શબ્દો, સંકેતો અને આકૃતિઓની જરૂર છે.

સરળ ભાષામાં કહીએ તો, વસ્તુઓના સમૂહને વર્ગીકૃત કરીને આપણે જે વિશ્વમાં જીવીએ છીએ તેને સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ છીએ. ઉદાહરણ તરીકે, આપણે બોલીએ છીએ કે ‘પક્ષીઓનું ટોળું’, ‘પશુઓનાં ઘણ’, ‘મધમાખીઓનું ઝુંડ, અને કીડીઓની વસાહત’.

આપણે ગણિતમાં પણ આવુંજ કરીએ છીએ, અને સંખ્યાઓ, ભૌમિતિક આકૃતિઓ તેમજ અન્ય વસ્તુઓને સમૂહમાં વર્ગીકૃત કરીએ છીએ, જેને આપણે ગણ કહીએ છીએ. આ ગણમાં આવેલ વસ્તુઓને ગણના સભ્યો/ઘટકો કહેવામાં આવે છે.

ગણનું નિરૂપણ:

- ગણને તેના તમામ સભ્યોની યાદી બનાવીને વર્ણવી શકાય. ઉદાહરણ તરીકે, $S = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, જેને આપણે નીચે મુજબ વાંચી શકીએ.
'S ગણ છે, જેના સભ્યો 1, 3, 5, 7 અને 9 છે'.

ગણના પાંચેય સભ્યોને અલ્પવિરામ થી જુદા પાડેલ છે, અને આ યાદીને છગડીયા કૌંસ વડે બંધ કરેલ છે.

ગણની આ રજૂઆતને **યાદીની રીત** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

- ગણને છગડીયા કૌંસમાં તેના સભ્યોનું વર્ણન કરીને પણ દર્શાવી શકાય. આરીતે ઉપરોક્ત ગણ S ને નીચે મુજબ પણ લખી શકાય.

$S = \{10 \text{ થી નાની અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ}\}$, જેને આપણે નીચે મુજબ વાંચી શકીએ.

'S એ 10 થી નાની અયુગ્મ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગણ છે'.

ગણની આ રજૂઆતને **ગુણધર્મની રીત/ગણ સર્જનની રીત** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

ગણ સુવ્યાખ્યાયિત હોવોજ જોઈએ. આનો અર્થ એ છે કે ગણના સભ્યો વિષે આપણું વર્ણન સ્પષ્ટ અને અસંદિગ્ધ હોવું જોઈએ. ઉદાહરણ તરીકે, {ઉંચા વ્યક્તિઓ} એ ગણ નથી કારણકે 'ઉંચા' શબ્દ નો અર્થ શું તેના વિષે લોકો એકમત નહીં હોય.

3. સમાન ગણ

જો બે ગણમાં તમામ ઘટકો તેના તે જ હોય, તો તે બંને ગણને સમાન ગણ કહેવાય. ઉદાહરણ તરીકે
{અંગ્રેજી મૂળાક્ષરોમાં આવેલ સ્વર} = {a, e, i, o, u}

જ્યારે, ગણ {1, 3, 5} અને {1, 2, 3} એ સમાન નથી, કારણકે તેમાં ઘટકો ભિન્ન છે. તેને નીચે મુજબ લખી શકાય.

$$\{1, 3, 5\} \neq \{1, 2, 3\}.$$

છગડીયા કૌસમાં લખેલ ઘટકોના ક્રમનું કોઈજ મહત્વ નથી. ઉદાહરણ તરીકે,

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} = \{3, 9, 7, 5, 1\} = \{5, 9, 1, 3, 7\}.$$

જો કોઈ ઘટક એકથી વધુ વખત લખાયેલ હોય તો તેને એકજ વાર ગણવો. ઉદાહરણ તરીકે,
 $\{a, a, b\} = \{a, b\}.$

ગણ $\{a, a, b\}$ માં ફક્ત બેજ ઘટકો a અને b છે. ઘટક a નો બીજી વારનો ઉલ્લેખ એ બિનજરૂરી પુનરાવર્તન છે તેથી તેને અવગણી શકાય. સામાન્ય રીતે કોઈ ઘટકને એક કરતાં વધુ વખત યાદીમાં લખવો તે યોગ્ય માનવામાં આવતું નથી.

સંકેત \in અને \notin

ગણની ચર્ચા કરતી વખતે શબ્દસમૂહો ‘નો ઘટક છે’ અને ‘નો ઘટક નથી’ એ અવાર-નવાર વપરાય છે તેથી તેને માટે વિશિષ્ટ સંકેતોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ તરીકે, જો $A = \{3, 4, 5, 6\}$ હોય, તો

$3 \in A$ (વંચાય: ‘3 એ ગણ A નો ઘટક છે’.)

$8 \notin A$ (વંચાય: ‘8 એ ગણ A નો ઘટક નથી’.)

4. અલગ ગણ

જો બે ગણ A અને B માં એક પણ ઘટક સમાન ન હોય તો તેઓને અલગ ગણ કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ તરીકે:

$A = \{x: x \text{ એ અવિભાજ્ય સંખ્યા છે}\}$

$B = \{x: x \text{ એ વિભાજ્ય સંખ્યા છે}\}.$

સ્પષ્ટ છે કે A અને B માં કોઈ પણ ઘટક સામાન્ય નથી અને તેથી તેઓ અલગ ગણ છે.

5. સાંત અને અનંત ગણ

અત્યાર સુંઘી આપણે જેટલા પણ ગણ જોયા તે બધા સાંત ગણ છે, એટલે કે આપણે તેના તમામ સભ્યોની યાદી બનાવી શકીએ છીએ.

અહીં કેટલાક ઉદાહરણો આપેલ છે:

$\{2000 \text{ અને } 2005 \text{ ની વચ્ચે આવેલ પૂર્ણ સંખ્યાઓ}\} = \{2001, 2002, 2003, 2004\}$

$\{2000 \text{ અને } 3000 \text{ વચ્ચે આવેલ પૂર્ણ સંખ્યાઓ}\} = \{2001, 2002, 2003, \dots, 2999\}$

બીજા ઉદાહરણમાં દર્શાવેલ ત્રણ ટપકાં ‘...’ એ ગણમાં આવેલા બીજા 995 ઘટકો માટે છે. આપણે તે તમામ ની યાદી બનાવી શક્યા હોત, પરંતુ જગ્યા બચાવવા માટે આપણે તેને બદલે ટપકાં નો ઉપયોગ કરેલ છે. આ સંકેતનો ઉપયોગ ફક્ત ત્યારેજ થઈ શકે, જ્યારે ઉપરોક્ત ઉદાહરણની જેમ તેનો અર્થ શું છે તે સંપૂર્ણ રીતે સ્પષ્ટ હોય.

ગણ અનંત પણ હોઈ શકે- મહત્વનું એ છે કે તે સુવ્યાખ્યાયિત હોવો જોઈએ. અહીં અનંત ગણના બે ઉદાહરણો આપેલ છે:

{યુગ્મ પુર્ણ સંખ્યાઓ} = {0, 2, 4, 6, 8, 10, ...}
 {2000 થી મોટી પુર્ણ સંખ્યાઓ} = {2001, 2002, 2003, 2004, ...}

આ બને ગણ અનંત છે કારણકે આપણે ગમે તેટલા ઘટકોની યાદી બનાવીએ પરંતુ ગણમાં એવા વધુ ઘટકો હશે જ કે જે આપણી યાદીમાં સમાવિષ્ટ ન હોય. આ વખતે ટપકાં '...' નો થોડો જુદો અર્થ છે, કારણકે તે એવા અનંત ઘટકો દર્શાવે છે કે જેને આપણે સંભવિત યાદીમાં દર્શાવી શક્યા નથી, પછી ભલે આપણે ગમે તેટલા પ્રયત્નો કર્યા હોય.

નોંધ: જો ગણ સાંત ન હોય, તો તેને અનંત ગણ કહે છે.

6. ખાલી ગણ

જે ગણ એકપણ ઘટક ધરાવતો ન હોય તેને ખાલી ગણ કહે છે અને તેને સંકેતમાં \emptyset વડે દર્શાવાય છે. ખાલી ગણ ફક્ત એકજ છે કારણકે કોઈ પણ બે ખાલી ગણમાં ઘટકો સમાન હોય છે અને તેથી તે બંને સમાન થાય. સમગ્ર વિશ્વમાં એવું કોઈ જ વસ્તુ નથી જે \emptyset નો ઘટક હોય.

ઉદાહરણ તરીકે: (a) 0 થી નાની પુર્ણ સંખ્યાઓનો ગણ.

$$(b) N = \{x: x \in N, 3 < x < 4\}$$

7. એકાકી ગણ

જે ગણમાં ફક્ત એકજ ઘટક હોય તેને એકાકી ગણ કહે છે.

ઉદાહરણ તરીકે:

• $A = \{x: x \text{ એ અવિભાજ્ય જે વિભાજ્ય સંખ્યા નથી}\}$
 આ એકજ ઘટક 1 ધરાવતો એકાકી ગણ છે.

$B = \{x: x \text{ એ પુર્ણ સંખ્યા છે, } x < 1\}$

આ ગણ પણ ફક્ત એકજ ઘટક 0 ધરાવે છે અને તેથી તે એકાકી ગણ છે.

8. સારાંશ

- ગણ એ વસ્તુઓનો સમૂહ છે, જેને ગણના ઘટકો/સભ્યો કહેવામાં આવે છે.
- ગણ સુવ્યાખ્યાયિત હોવો આવશ્યક છે, એટલેકે સંદિગ્ધતા વિના તેના ઘટકોનું વર્ણન અને યાદી બનાવી શકાય. ઉદાહરણ તરીકે: { 1, 3, 5 } અને {અંગ્રેજી મુળાક્ષરોના અક્ષરો}.
- ગણને દર્શાવવાની બે રીતો છે: યાદીની રીત અથવા ગુણધર્મની રીત (ગણ સર્જનની રીત).
- જો બે ગણમાં તમામ ઘટકો તેના તે જ હોય, તો તે બન્ને ગણને સમાન ગણ કહેવાય. - ગણમાં ઘટકોના ક્રમનું મહત્વ નથી. ઘટકનું પુનરાવર્તન અવગણવામાં આવે છે.
- જો બે ગણ A અને B માં એક પણ ઘટક સમાન ન હોય તો તેઓને અલગ ગણ કહેવામાં આવે છે.
- જો a એ ગણ S નો ઘટક હોય તો, આપણે લખીશું કે $a \in S$.
- જો b એ ગણ S નો ઘટક ન હોય તો, આપણે લખીશું કે $b \notin S$.
- જો આપણે કોઈ ગણના તમામ ઘટકોની યાદી બનાવી શકીએ, તો તે ગણને સાંત ગણ કહેવામાં આવે છે.
- જો ગણ સાંત ન હોય, તો તેને અનંત ગણ કહેવામાં આવે છે.
- અનંત ગણનો એવો ગુણધર્મ છે કે આપણે ગમે તેટલા ઘટકોની યાદી બનાવીએ પરંતુ ગણમાં એવા વધુ ઘટકો હશે જ કે જે આપણી યાદીમાં સમાવિષ્ટ ન હોય.
- જે ગણ એકપણ ઘટક ધરાવતો ન હોય તેને ખાલી ગણ કહે છે અને તેને સંકેતમાં \emptyset વડે દર્શાવાય છે.
- જે ગણમાં ફક્ત એકજ ઘટક હોય તેને એકાકી ગણ કહે છે.

